VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
EKONOMICKÁ FAKULTA

DIPLOMOVÁ PRÁCE

2010 Martin Heidrich

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
EKONOMICKÁ FAKULTA

KATEDRA FINANCÍ

Aplikácia reálnych opcií v kombinácii s teóriou hier

Real option application in combination with the game theory

Student: Bc. Martin Heidrich

Vedoucí diplomové práce: prof. Dr. Ing. Zdeňek Zmeškal

Ostrava 2010

VŠB - Technická univerzita Ostrava
Ekonomická fakulta
Katedra financí

Zadání diplomové práce

Student: **Bc. Martin Heidrich**

Studijní program: N6202 Hospodářská politika a správa

Studijní obor: 6202T010 Finance

Specializace: 00 Finance

Téma: Aplikace reálných opcí v kombinaci s teorií her
Real option application in combination with the game theory

Zásady pro vypracování:

1. Úvod
2. Kategorizace a charakteristika teorie her
3. Popis metodologie reálných opcí v kombinacii s teorií her
4. Aplikace reálných opcí v kombinacii s teorií her
5. Závěr

Seznam použité literatury
Seznam zkratek
Prohlášení o využití výsledků diplomové práce
Přílohy

Seznam doporučené odborné literatury:

HOLLER, M. J.; ILLING, G. *Einführung in die Spieltheorie*. 3. deprac. a rozšíř. vyd. Berlín: Springer Verlag, 1996. 389 s. ISBN 3-540-61017-0.
SCHWARTZ, S.; TRIGEORGIS, L. *Real Options and Investment Under Uncertainty*. 1. Ed. Cambridge The MIT Press, 2001. 871 s. ISBN 0-262-19446-5.
SMIT, H. T. J.; TRIGEORGIS, L. *Strategic Investment: Real Options and Games*. 1. Ed. Princeton: Princeton University Press, 2004. 471 s. ISBN 0-691-01039-0.

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí diplomové práce: **prof. Dr. Ing. Zdeněk Zmeškal**

Datum zadání: 20.11.2009
Datum odevzdání: 30.04.2010

Ing. Iveta Ratmanová, Ph.D.
vedoucí katedry

prof. Dr. Ing. Dana Dluhošová
děkanka fakulty

Miestoprísažne prehlasujem, že som celú prácu, vrátane všetkých príloh, vypracoval samostatne.

V Ostrave dňa 30. 04. 2010

vlastnoručný podpis autora

Chcel by som poďakovať môjmu vedúcemu diplomovej práce pánovi prof. Dr. Ing. Zdeňkovi Zmeškalovi za odborné pripomienky a poskytnutú literatúru, ktorú som využil pri vypracovaní diplomovej práce.

Obsah

1 Úvod 3

2 Kategorizácia a charakteristika teórie hier 5

2.1 Základné pojmy 5

2.2 Kategorizácia teórie hier 6

2.3 Hra v strategickom tvare 9

2.4 Riešenie nekooperatívnych hier v strategickom tvare 11

2.4.1 Iteratívna eliminácia dominovaných stratégií 11

2.4.2 Nashove ekvilibrium 13

2.5 Hra v extenzívnom tvare 14

2.5.1 Porovnanie strategickej a extenzívnej formy hry 16

2.6 Riešenie nekooperatívnych hier v extenzívnom tvare 17

3 Popis metodológie reálnych opcií v kombinácii s teóriou hier 20

3.1 Základné pojmy a charakteristika reálnych opcií 20

3.2 Metódy oceňovania opcií 21

3.3 Wienerov a geometrický Brownov proces 22

3.4 Binomický model 23

3.4.1 Replikačná stratégia 24

3.5 Typy reálny opcií investičných projektov 27

3.5.1 Opcia na odloženie zahájenia projektu (Option to Defer or to Wait a Project) 27

3.5.2 Opcia na rozšírenie projektu (Option to Expand a Project) 28

3.5.3 Opcia na zúženie projektu (Option to Contract a Project) 30

3.5.4 Opcia na dočasné prerušenie projektu (Option to Temporary Shot Down and Restart a Project) 31

3.5.5 Opcia na ukončenie projektu za zostatkovú hodnotu alebo zmenu technológie (Option to Abandon a Project for Salvage Value or Switch Use) 32

3.6 Investičné rozhodovanie v koncepcii teórie hier ocenené opčnou metodikou 34

3.6.1 Postup ocenenia investičného projektu na báze opčného prístupu v kombinácií s teóriou hier 43

3.6.2 Priamy a strategický efekt z prijatia investície 43

4 Aplikácia reálnych opcií v kombinácii s teóriou hier 46

4.1 Pivovarnícky trh na Slovensku 46

4.2 Popis investičného zámeru 47

4.3 Aplikácia investičného rozhodovania v koncepcii teórie hier ocenené opčnou metodológiou 48

4.3.1 Základný typ projektu bez R & D investície 48

4.3.2 Patentovaná R & D investícia 55
4.3.3 Zdieľaná R & D investícia 58
4.4 Citlivostná analýza a kritické zóny dopyty 60
5 Záver 66
Zoznam použitej literatúry 68
Zoznam skratiek 69

1 Úvod

Investičné rozhodovanie možno považovať za jedno zo základných a pritom kľúčových oblastí ekonomických subjektov. Veď bez nových investičných zámerov by podniky neinovovali svoje produktové rady alebo by využívali stále rovnaké a s odstupom času menej efektívne technológie. To by viedlo ku strate konkurencieschopnosti, úbytku tržného podielu a zníženiu rentability. Preto projektový manažéri neustále hľadajú nové investičné príležitosti, ktoré by zvýšili hodnotu firmy. Analyzujú a plánujú budúci vývoj dopytu, tržieb, objem umiestnenej produkcie, výšku prevádzkových nákladov, či potrebné technologické vybavenie. Všetky tieto, ale aj mnohé iné faktory sa vyvíjajú v čase a výraznou mierou ovplyvňujú výslednú hodnotu daného projektu. Práve táto volatilita vstupných parametrov ponúka priestor pre aplikáciu reálnych opcií, pomocou ktorých dokážeme jednak oceniť dynamicky sa vyvíjajúci investičný projekt, ale hlavne poskytuje možnosť flexibilne a operatívne zasiahnuť v prípade neplánovaných odchýlok. Na druhej strane je koncepcia reálnych opcií až príliš koncentrovaná na dôsledky vývoja konkrétnych veličín. Rozšírime alebo zúžime výrobu, ak dopyt dosiahne určitú hranicu, avšak chýba nám možnosť nečakať na danú hranicu napríklad spomínaného dopytu, ale aktívne sa ho pokúsiť aspoň čiastočne ovplyvniť v náš prospech. Túto možnosť ponúka koncepcia teórie hier, ktorá popisuje vzájomnú interakciu ekonomických subjektov pri ich pôsobení na trhu. Jej aplikáciou dokážeme determinovať rôzne strategické profily vedúce k želaným rovnováham, identifikovať optimálnu reakciu na zvolenú stratégiu konkurencie, ale rovnako aj oddialiť či zabrániť vstupu konkurencie na trh. Nakoľko aj opcie predstavujú hry a síce hry s nulovým súčtom, ocenenie tohto vzájomného ovplyvňovania sa ekonomických subjektov pomocou opčnej metodiky predstavuje symbiózne spojenie dvoch teoretických koncepcií, ktoré prináša interaktívny flexibilný nástroj projektového riadenia.

Cieľom diplomovej práce je pomocou teórie hier zachytiť a popísať vzájomné rozhodovanie sa ekonomických subjektov v oblasti reálnych investičných zámerov a oceniť tieto projekty opčnou metodikou.

Za týmto cieľom je diplomová práca členená do troch hlavných kapitol. V prvej časti prinesieme kategorizáciu jednotlivých typov hier. Následne definujeme pojmy hry v strategickom a extenzívnom tvare a pri výklade sa zameriame na metódy a postupy ich riešenia.

Druhá časť bude slúžiť ako premostenie oblastí reálnych opcií a teórie hier. Uvedieme si jednotlivé druhy reálnych opcií a postup ich ocenenia. Z hernej problematiky si priblížime Cournotov a Stackelbergov model duopolu s odvodením riešenia pre reálny investičný projekt.

V poslednej časti aplikujeme teoretické poznatky popísané v predchádzajúcich dvoch kapitolách. Pomocou opčnej metodiky oceníme tri druhy investičných zámerov a teóriu hier využijeme na objasnenie investičných rozhodnutí jednotlivých firiem ako aj na priblíženie procesu utvárania rovnovážnych stratégií. V závere tejto časti prevedieme analýzu citlivosti spolu s identifikáciou čiastkových faktorov determinujúcich celkovú hodnotu projektu.

2 Kategorizácia a charakteristika teórie hier

Teória hier zachycuje problematiku rozhodovania sa aktérov (hráčov) v závislosti na vzájomnej interakcii. Na to, aby sme jej lepšie porozumeli, je nevyhnutné si definovať základné pojmy.

2.1 Základné pojmy

Hrou môžeme chápať situáciu, v ktorej jej účastník (rozhodovateľ, hráč) prevádza strategické rozhodnutie. Toto rozhodnutie však nezávisí iba od subjektívneho prístupu hráča, ale je vo vzájomnej interakcii s reakciou zvyšných aktérov hry. Hrou teda môže byť napríklad rozhodnutie o voľbe objemu produkcie výrobcu v závislosti na množstve produkovaných výrobkov konkurencie, či stanovenie ceny pri zohľadnení cenovej politiky blízkych substitútov, ale rovnako aj výber spoločného programu spomedzi návštevy divadla alebo futbalového zápasu odvíjajúca sa od preferencií jednotlivých partnerov.

Každé strategické rozhodnutie hráča generuje **výsledok** (payoff, výplatná funkcia), ktorý je identifikovateľný napríklad vo forme množstva produkcie dodávanej na trh, veľkosti zisku dosiahnutého pri daných cenách, nákladoch a objeme výroby alebo úžitok prinášajúci z turistiky, či zhliadnutím dobrého filmu.

Stratégia, na základe ktorej sú prevádzané jednotlivé rozhodnutia hráčov je determinovaná pravidlami, ktoré uplatňuje daný hráč pri hre, respektíve stratégiu tvorí konkrétny plán reakcií (rozhodnutí) na zvolené akcie ostatných aktérov hry. Vektor zvolených stratégií všetkých hráčov označujeme ako **profil stratégií**. Množina všetkých stratégií predstavuje **strategický priestor**, v ktorom sa účastník môže svojimi rozhodnutiami pohybovať. Ak vyberieme hráča z typu inteligentných (racionálnych),[1] jeho postup, akým bude hru hrať, bude maximalizácia očakávaného výsledku, ktorú nazývame **optimálnou stratégiou.**

[1] Viz. bližšie delenie hráčov v nasledujúcej podkapitole 2.2.

2.2 Kategorizácia teórie hier

Široké spektrum rozhodovacích situácií zobrazovaných formou teórie hier je možné rozčleniť na základe viacerých kritérií a to najmä podľa:

1. *počtu hráčov,*
2. *povahy (typu) hráčov,*
3. *vlastností stratégií a výplatných funkcií,*
4. *možnosti spolupráce hráčov,*
5. *priebehu hry (ťahov),*
6. *dostupnosti informácií,*

pričom je vychádzané z 2. kapitoly Holler, Illing (1996) a z podkapitoly 1.3 Maňas (1988).

Rozdielny počet hráčov $\boldsymbol{N}$ v modeli teórie hier možno kategorizovať do troch základných skupín:

- *hra s jedným hráčom* $(N = 1)$,
- *hra s dvoma hráčmi* $(N = 2)$,
- *hra s viacerými hráčmi* $(N > 2)$.

Ak sú aktéri hry tvorení iba jediným rozhodovateľom, potom tento má možnosť kontrolovať všetky faktory determinujúce hodnotu výplatnej funkcie.

Pri druhom prípade vzhľadom na počet hráčov $(N = 2)$, platí nemožnosť utvárania koalícií, čím sa hra značne zjednodušuje, a preto sú často krát jej teoretické výsledky zovšeobecňované aj na väčší počet aktérov $(N > 2)$, kde sa hra komplikuje o hlavnú aktivitu spájania sa do koalícií a vytvárania tým silnejšieho postoja voči konkurencii.

Ďalšou kategóriou hry môže byť prípad, kedy na strane hráčov vystupuje celá populácia (predávajúci na trhu) a preto $N = \infty$. Takéto prípady sú následne riešené limitnými výpočtami.

Povaha hráčov rozdeľuje aktérov hry na

- *inteligentných,*
- *neinteligentných* a
- *p-inteligetných.*

Inteligentní alebo aj racionálni hráči volia vždy stratégiu tak, aby ňou maximalizovali vlastnú výplatnú funkciu na základe logického rozboru vzniknutej situácie. Situáciu, v ktorej vystupujú minimálne dvaja inteligentní aktéri nazývame konflikt.

Neinteligentného hráča možno svojou povahou prirovnať k náhodnému mechanizmu. Nemá za cieľ dosiahnuť konkrétnu hodnotu výhry, ale rozhoduje sa na základe rozloženia pravdepodobnosti vo svojom strategickým priestore. Aj keď sa jedná o hráča, nemusí ním byť nutne označený človek, či firma. Často do tejto skupiny hráčov zaraďujeme aj pôsobenie okolitého prostredia, napríklad prírodu.

Prípad p-inteligentného hráča nesie v sebe určité prvky racionality, ktoré sú však v niektorých prípadoch narušené výberom inej, než optimálnej stratégie posudzovanej z hľadiska výplatnej funkcie. Rozsah inteligencie povahy daného hráča je vyjadrená parametrom $p \epsilon \langle 0,1 \rangle$. Inými slovami s pravdepodobnosťou p sa p-inteligentný hráč bude rozhodovať racionálne a s pravdepodobnosťou $(1-p)$ na základe náhodného výberu.

Na základe vlastností stratégie klasifikujeme hry medzi

- *konečné* a
- *nekonečné.*

Ak majú množiny strategického priestoru všetkých hráčov konečný počet prvkov, t.j., že každý rozhodovateľ môže vyberať iba z obmedzeného konkrétneho počtu stratégií, potom hovoríme o konečných hrách. V prípade neobmedzeného možného výberu stratégií zo svojich priestorov stratégií budeme hru označovať za nekonečnú.

Podľa výplatných funkcií kategorizujeme hry s

- *konštantným súčtom,*
- *nulovým súčtom* alebo hry s
- *nekonštantným súčtom.*

Predpokladajme hru v normálnom tvare, v ktorej pre všetky $x_i \in X_i$, pričom $i = 1, \dots, n,$ platí:

$$\sum_{i=1}^{N} M_i(x_1, \dots, x_n) = K, \tag{2.2.1}$$

kde K prestavuje konštantu, ktorá je nezávislá od zvolenej stratégie x_i, potom takúto hru označuje ako hru s konštantným súčtom. Špecifickým druhom hry s konštantným súčtom v prípade $K = 0$ predstavuje hra s nulovým súčtom, kedy sa výhra jedného hráča rovná strate druhého hráča. Pri predpoklade dvoch inteligentných aktérov hry ($N = 2$) predstavuje hra s konštantným súčtom tzv. *antagonistický konflikt.* Ako príklad možno uviesť spoločenské hry typu dáma, šach, či piškôrky.

V prípade, že súčet

$$\sum_{i=1}^{N} M_i(x_1, \dots, x_n) \tag{2.2.2}$$

závisí na zvolenej stratégie x_i, potom sa jedná o hru s nekonštantným súčtom.

Kým pri hre s konštantným súčtom si hráči rozdeľujú pevne danú výhru, ktorú nie sú schopní svojimi zvolenými stratégiami nijak ovplyvniť, tak pri hre s nekonštantným súčtom je prvoradou úlohou hráčov, ktorí sú aktérmi tohto druhu hry zaistiť, pokiaľ možno čo najväčšiu čiastku, ktorá má byť medzi hráčov rozdelená a až následne sa každý inteligentný rozhodovateľ snaží maximalizovať svoju výhru z danej čiastky. Ak na strane aktérov hry s nekonštantným súčtom stoja aspoň dvaja hráči, potom nazývame takúto hru *neantagonistickým konfliktom*.

Zohľadnením možnosti spolupráce rozhodovateľov, rozoznávame hry

- *kooperatívne* a
- *nekooperatívne.*

Kooperatívne alebo aj koaličné hry pripúšťajú spájanie sa jednotlivých hráčov do koalícií[2] za účelom spolupráce na vytváraní spoločných stratégií, ktoré určujú maximálnu možnú výhru. Tá sa nazýva aj hodnota koalície a predstavuje výhru dosiahnuteľnú spoločným rozhodovaním v rámci koalície avšak už bez možnosti spolupráce s hráčmi mimo koalície. Ak pripustíme možnosť prerozdeľovania tejto výhry, potom hovoríme o *kooperatívnej hre s prenosnou výhrou (TU games)*, v opačnom prípade má konflikt koncepciu *kooperatívnej hry s neprenosnou výhrou (NTU games).*

Nekoperatívna forma hry možnosť vyjednávania o jednotnej stratégii a spájanie sa do koalícií nepripúšťa a preto medzi základe prvky takejto hry patria množiny možných akcií individuálnych hráčov.

[2] *Koalíciou* možno rozumieť neprázdnu podmnožinu všetkých hráčov. Každý jeden hráč tvorí jednočlennú koalíciu a koalíciu všetkých rozhodovateľov nazývame veľkou koalíciou.

Nekooperatívne hry možno klasifikovať do dvoch skupín **podľa priebehu hry (ťahov):**

- *statické hry (simultaneous-move game),*
- *dynamické hry (sequential-move game).*

Statická hra prebieha prostredníctvom simultánnych rozhodnutí hráčov v rovnakom čase bez možnosti poznania zvolenej stratégie protihráča. Príkladom môže byť jednoduchá hra kameň, papier, nožnice alebo koncepcia väzňovej dilemy.

Dynamické alebo aj sekvenčné hry sú založené na postupnosti jednotlivých ťahov (volieb stratégií). Najskôr si zvolí stratégiu jeden hráč a až po ňou pristupuje k rozhodnutiu druhý, ktorý už však pozná voľbu predchádzajúceho hráča. Typickým príkladom takejto hry sú napríklad dáma, či model oligopolu so zalomenou funkciou dopytu.

Na základe dostupnosti informácií pre jednotlivých aktérov hry rozlišujeme

- *hry s úplnými informáciami,*
- *hry s neúplnými informáciami (Bayesovské hry).*

Úplnou informovanosťou jednotlivých hráčov označujeme situáciu, kedy každý rozhodovateľ disponuje kompletnými vedomosťami ako o svojich, tak aj o súperových možných stratégiach, t.j. pozná svoj a protihráčov strategický priestor. Príkladom môže byť už spomínaný šach.

O neúplnej informovanosti hovoríme v prípade, ak aspoň jeden z hráčov nemá prístup ku všetkým informáciám, v dôsledku čoho nie je schopný identifikovať či už svoje alebo protihráčove stratégie. Aukcia je typickým príkladom.

2.3 Hra v strategickom tvare

Definícia strategickej formy hry je čerpaná z 1. a 2. kapitoly Holler, Illing (1996) a z častí 1.2 a 1.5 Maňas (1988).

Označme hráčov i prirodzenými číslami $1, 2, \ldots, n$, potom $N = \{1, 2, \ldots, n\}$ predstavuje množinu všetkých rozhodovateľov. Pre každého hráča i je definovaný priestor stratégií, ktorý je daný množinou X_i, kde $i \in N$. Prvky množiny X_i označujú rýdze (čisté) stratégie rozhodovateľa i. Rovnako je pre každého hráča $i \in N$ daná výplatná funkcia M_i, ktorá je daná kartézskym súčinom $X = X_1 \times \ldots \times X_n$. Potom hra v strategickom tvare Γ pozostáva z množiny hráčov N, množiny strategického priestor každého aktéra hry X_i a sústavy výplatných funkcií náležiacim konkrétnym rozhodovateľom M_i:

$$\Gamma = \{\{1, 2, \ldots, n\}; \{X_1, \ldots, X_n\}; \{M_1, \ldots, M_n\}\}. \tag{2.3.1}$$

Aplikácia strategickej hry vyzerá potom tak, že každý hráč $i \in N$ si zvolí stratégiu zo svojho strategického priestoru tým, že vyberie jeden prvok z množiny X_i a o svojom výbere informuje nezávislého arbitra. Ten následne vyplatí výhry tak, že každý hráč i obdrží výhru $M_i(x_i, \ldots, x_n)$ podľa zvolených stratégií jednotlivých rozhodovateľov $x_1, \ldots, x_n$. Ak $M_i(x_i, \ldots, x_n) < 0$, hráč prehral a musí uhradiť súperovi čiastku $|M_i(x_i, \ldots, x_n)|$.

Preferenčné usporiadanie reakcií zo strategického priestoru hráča

Ak budeme chcieť v nasledujúcich častiach práce hovoriť o optimálnych rozhodnutiach a priniesť jeho definíciu, musíme sa najskôr uistiť, že aktéri sa rozhodujú racionálne, poznajú pravidlá hry, ktoré sú nemenné počas hry a hlavne, že hráči poznajú, aký zisk alebo stratu prináša dané rozhodnutie a vedia ktorú stratégiu preferujú pred inou. Potom predpokladáme, že v množine X je pre každého hráča i definovaný úplný, reflexný a tranzitívny vzťah, $\geq^i$, ktorý je preferenčným usporiadaním reakcií zo strategického priestoru hráča i na základe výplat prislúchajúcim k jednotlivým rozhodnutiam. Tento vzťah vyjadríme pomocou takej obmedzenej funkcie $f_i(x)$, že pre ľubovoľné situácie hry x, y v rýdzich stratégiách splňuje preferenčná funkcia $f_i(x)$

$$x \geq^i y \Leftrightarrow f_i(x) \geq^i f_i(y). \tag{2.3.2}$$

Preferenčná funkcia nemusí byť nutne vyjadrená len jednoznačne, pretože ak zvolíme napríklad kladnú hodnotu k a pre hráča i hodnotu a_i, potom funkcia

$$f_i{}'(x) = k \cdot f_i(x) + a_i \tag{2.3.3}$$

znázorňuje rovnaké referenčné usporiadanie.

2.4 Riešenie nekooperatívnych hier v strategickom tvare

Strategická neistota v podobe rozhodnutí ostatných hráčov je hlavným znakom herných situácií. Viaceré koncepcie riešenia prinášajú aj diferencované algoritmy modelovania očakávaného správania sa aktérov hry, na základe ktorých nachádzame rovnovážne stratégie, ktoré sú optimálne pre všetkých hráčov. Pri ich objasnení budeme postupovať podľa 3.kapitoly Holler, Illing (1996).

2.4.1 Iteratívna eliminácia dominovaných stratégií

Aby sme mohli použiť tento koncept riešenia hier v normálnom tvare, určíme si najskôr definíciu dominovanej stratégie, pričom budeme rozlišovať dva druhy dominancie: Ostrú a slabú dominanciu.

Ak pre hráča i platí, že pre ľubovoľný profil stratégií x_{-i} volený ostanými hráčmi, stratégia x_i prináša vždy vyššiu výplatu než akékoľvek iná stratégia x_i' , a teda platí, že

$$M_i(x_i, x_{-i}) > M_i(x_i', x_{-i}) \qquad (2.4.1.1)$$

pre všetky i, a $x_{-i} \in X_{-i}$ a $x_i' \in X_i$, potom stratégia x_i ***ostro dominuje*** *nad stratégiou* x_i'. Rovnako môžeme tvrdiť, že x_i' *je ostro dominovaná stratégiou* x_i . Ak má racionálny hráč ostro dominantnú stratégiu, potom je to jeho jediná stratégia, ktorú vyberie zo svojho strategického priestoru, pretože mu vždy prinesie najvyššiu výhru. Následne x_i^* nazveme ***ekvilibriom ostro dominantných stratégií,***[3] za predpokladu, že x_i^* je ostro dominantná stratégia každého hráča i:

$$M_i(x_i^*, x_{-i}) > M_i(x_i, x_{-i}) \qquad \forall i, \quad x_i \in X_i, \quad x_{-i} \in X_{-i}. \qquad (2.4.1.2)$$

V prípade, že vo vzťahu 2.4.1.1 zameníme ostrú nerovnosť za neostrú:

[3] Po definícii Nashovej rovnováhy bude zrejmé, že každé ekvilibrium ostro dominantných stratégií je rovnako aj Nashova rovnovážna stratégia, pretože herné stratégie Nashovho ekvilibria vždy odolávajú iterovanej eliminácií prísne dominovanej stratégie, čo opačne už nemôžeme tvrdiť.

$$M_i(x_i, x_{-i}) \geq M_i(x_i', x_{-i}), \tag{2.4.1.3}$$

pre všetky i, a $x_{-i} \in X_{-i}$ a $x_i' \in X_i$, potom stratégia x_i ***slabo dominuje*** *nad stratégiou* x_i'. Obdobne je potom x_i' *slabo dominovaná stratégiou* x_i, t.j. voľba stratégie x_i nám nikdy neprinesie nižšiu výplatu než x_i. Pre úplnosť ešte uveďme, že stratégia je nedominovaná, ak žiadna iná stratégia nad ňou slabo nedominuje.

Riešenie pomocou eliminácie dominovaných stratégií si priblížime na azda najznámejšej hre, väzňovej dileme, ktorá je zadaná výplatnou tabuľkou 2.4.1.1.

Tabuľka 2.4.1.1. Riešenie väzňovej dilemy pomocou iteratívnej eliminácie dominovaných stratégií

		Väzeň 2	
		priznať sa	*nepriznať sa*
Väzeň 1	*priznať sa*	**(-8, -8)***	(-1, -10)
	nepriznať sa	(-10, -1)	(-3, -3)

Začneme pri prvom väzňovi, ktorý zvažuje medzi stratégiami priznať alebo nepriznať sa. Ich porovnaním je zrejmé, že stratégia priznať sa vyhovuje vzťahu 2.4.1.1. Z toho následne plynie, že nepriznanie sa predstavuje dominovanú stratégiu, ktorú racionálny hráč v nekooperatívnej hre nevyberie (-8 > -10), respektíve (-1 > -3) a preto ju z hry vylúčime (eliminujeme). Rovnakým algoritmom bude postupovať aj druhý väzeň až zhodne eliminuje voľbu nepriznať sa. Obom hráčom potom zostáva už len jedna stratégia a síce priznať, ktorá predstavuje riešenie väzňovej dilemy. Z rovnovážnej stratégie možno badať, že nie je paretovsky optimálna. To však neznamená, že nie je individuálne racionálna.

Takýto postup riešenia nazývame ***iteratívnou elimináciou dominovaných stratégii***, pričom na poradí, v akom eliminujeme ostro dominované stratégie, nezáleží. V prípade slabej dominancie však poradie ich eliminácie môže ovplyvniť konečnú rovnováhu hry.

2.4.2 Nashove ekvilibrium

Na základe zovšeobecnenia Cournotovho modelu oligopolu John Nash formuloval svoju koncepciu riešenia hier. Dokonca tak úspešne, že v súčasnosti predstavuje východiskovú základňu pre väčšinu ostatných ekvilibriových algoritmov riešenia teórie hier. V porovnaní s koncepciou dominovaných stratégií Nashov postup riešenia hry sa nesnaží eliminovať stratégie, ktoré nie sú optimálne, ale práve naopak, kladie si za cieľ identifikovať najlepšie možné odpovede na zvolené stratégie spoluhráčov.

Nech $x^* = (x_i^*, x_{-i}^*) \in X$ je profil stratégií, potom x_i^* predstavuje optimálnu odpoveď na x_{-i}^*, ak

$$M_i(x_i^*, x_{-i}^*) = max_{x_i \in X_i} M_i(x_i, x_{-i}^*). \qquad (2.4.2.1)$$

Ak množinu všetkých optimálnych reakcií na x_{-i}^*označíme R(x_{-i}^*), potom

$$R(x_{-i}^*) = \{x_i \in X_i: M_i(x_i, x_{-i}) \geq M_i(x_i', x_{-i}) = max_{x_i \in X_i} M_i(x_i, x_{-i}^*)\}. \qquad (2.4.2.2)$$

Holler, Illing (1996, str. 56): Strategický profil x^*, v ktorom je každá optimálna stratégia x_i^* najlepšou odpoveďou na strategický profil, ktorý ju obsahuje, nazývame Nashovym ekvilibriom, ak všetky $i \in Q$ platí

$$x_i \in R(x_{-i}^*). \qquad (2.4.2.3)$$

Inými slovami, akákoľvek deviácia od Nashovho ekvilibria je pre každého inteligentného hráča iracionálna, pretože žiaden hráč si nemôže polepšiť jednostrannou zmenou stratégie za predpokladu pevne zvolených stratégií ostatných hráčov.

Uvažujme hru v strategickom tvare zadanú nasledovnou výplatnou maticou, na ktorej si ukážeme hľadanie Nashovej rovnováhy. Najskôr podčiarkneme maximálnu možnú výplatu prvého hráča, ak druhý hráč bude voliť postupne stratégiu vľavo, v strede, respektíve vpravo, t.j. vyberieme stĺpcové maximum prislúchajúce výplate prvého hráča. Obdobne vyznačíme riadkové maximá označujúce najlepšiu reakciu druhého hráča na jednotlivé stratégie (hore, v strede, dole) hráča 1. Strategický profil (v strede, v strede), ku ktorému prislúcha dvojica podčiarknutých výplat ($\underline{2}$, $\underline{2}$)* predstavuje Nashovu rovnováhu.

Tabuľka 2.4.2.1 Nashovo ekvilibrium

		Hráč 2		
		v ľavo	*v strede*	*v pravo*
	hore	(<u>8</u>, 0)	(0, 0)	(0, <u>8</u>)
Hráč 1	*v strede*	(0, 0)	**(<u>2</u>, <u>2</u>)***	(0, 0)
	dole	(0, <u>8</u>)	(0, 0)	(<u>8</u>, 0)

Prípad, kedy hráč vyberá s istotou práve jednu stratégiu zo svojho strategického profilu, nazývame ***čistá stratégia.*** Ak tak činia všetci aktéri hry, potom má táto hra ekvilibrium v čistých stratégiách. Môže však nastať situácia, kedy rovnováha v čistých stratégiách pre danú hru neexistuje, potom však existuje vždy ekvilibrium v ***zmiešaných stratégiách.*** V taktom prípade hráči ku každej čistej stratégii z ich strategického priestoru priraďujú pravdepodobnosť, s akou budú voliť danú akciu a s akou bude aj následne prerozdeľovaná výhra jednotlivým hráčom. Čistá stratégia predstavuje špeciálny typ zmiešanej stratégie s pravdepodobnosťou jej voľby rovnej jednej.

2.5 Hra v extenzívnom tvare

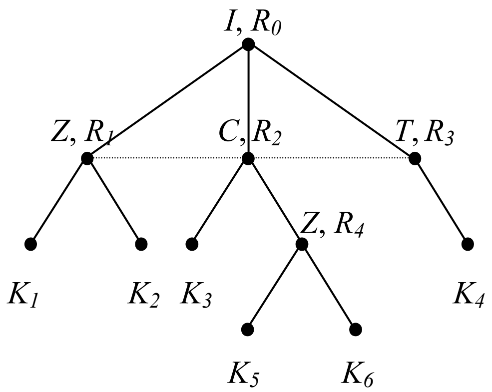
Extenzívnou alebo aj sekvenčnou formou sú popisované dynamické hry.[4] Ako už z názvu vyplýva, jedná sa o hry, kde jednotliví aktéri nevolia stratégie simultánne, ako to bolo v prípade statických hier, ale sekvenčne, teda postupne v jednotlivých ťahoch za sebou. V takomto type dynamickej rozhodovacej situácie hráč pozná stratégiu (ťah, akciu) predchádzajúceho hráča a má ju možnosť zohľadniť aj pri svojej voľbe stratégie. Stratégiu v sekvenčnej hre vyberá hráč nielen na jej začiatku, ale vždy keď je na ňom rad uskutočniť akciu. Existujú aj prípady, kedy hráčom nie sú navzájom známe všetky ich uplynulé ťahy, my sa však v práci zameriame na dokonalú informovanosť hráčov, pričom budeme čerpať hlavne z Holler, Illing (1996), 4. kapitola.

[4] Extenzívnom formou možno popísať aj statickú hru, avšak zatiaľ považujeme extenzívny tvar primárne ako zápis dynamickej hry. Vzájomné transformácie zápisov si priblížime neskôr.

Dynamická rozhodovacia situácia je definovaná ***herným stromom*** ako úplným popisom všetkých možných ťahov každého hráča vrátane časovej postupnosti jednotlivých akcií a úrovne dostupnosti informácií.[5] Strom hry pozostáva z uzlov a z hrán. Hrana je znázornená spojnicou medzi dvomi uzlami. *Hrany reprezentujú jednotlivé stratégie, medzi ktorými si hráč vyberá v danom ťahu (uzle).* V prípade uzlov rozlišujeme:

- *počiatočný uzol* (I) definujúci začiatok hry,
- *rozhodovací uzol* (R), ktorý predstavuje moment rozhodovania, pričom rozlišujeme
  - *základný uzol* (Z), z ktorého každá hrana vedie do koncového uzla,
  - *triviálny uzol* (T) obsahujúci práve jednu hranu,
  - *komplexný uzol* (C), ktorý nie je základný,
- *koncový uzol* (K) znázorňujúci výplatu hráčov.

Obrázok 2.5.1 Rozdelenie uzlov herného stromu



Hru Γ, znázornenú herným stromom 2.5.1, možno ako celok rozdeliť na jednotlivé podhry. ***Podhru*** začínajúcu v rozhodovacom uzle X, pričom jej všetky uzly a hrany sú spojené s celkovou hrou Γ práve v tomto uzle X, nazveme Γ_X. V predchádzajúcom strome hry identifikujeme celkom štyri podhry začínajúce v každom z rozhodovacích uzlov R_1až R_4, pričom tretia z nich predstavuje triviálnu podhru.

[5] V hre znázornenej obrázkom 2.5.1 nemá hráč 2 informáciu zvolenej stratégií prvého hráča, t.j. nevie v ktorom z rozhodovacích uzlov R_1, $R2$ alebo R_3 sa nachádza.

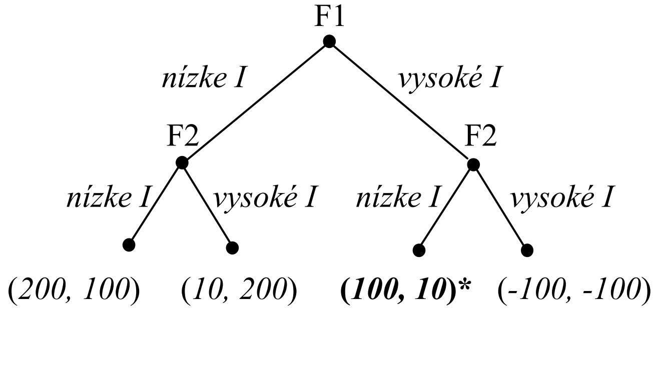
2.5.1 Porovnanie strategickej a extenzívnej formy hry

Ako bolo spomenuté v predchádzajúcej časti dynamické hry sú definované extenzívnym zápisom. Obrázok 2.5.1.1 nám ilustruje, že primárny extenzívny zápis sekvenčnej hry *Γ* je možné previesť aj do strategického tvaru. Výsledok takejto transformácie nazývame asociovaná hra *Γ´*. Pripomeňme, že dynamické rozhodovanie je náročnejšie v tom, že hráči rozhodujú o svojich stratégiach v každej inštancii hry na základe predchádzajúceho ťahu protihráča. Táto sekvencia akcií nie je však zohľadňovaná v prípade statickej hry a preto ju strategická forma zápisu hry opomína. Z tohto dôvodu nemôžeme brať extenzívny zápis dynamickej hry a jej asociovanú hru v strategickom tvare ako úplne ekvivalentné. Dôkazom toho je aj rozdielna rovnovážna stratégia v oboch zápisoch investičnej hry. Je to spôsobené odlišnou metódou riešenia hry v extenzívnom a strategickom tvare, čomu je venovaná podkapitola 2.6.

Pri obrátenom pohľade, transformácii strategickej formy hry do extenzívnej podoby, nenastáva problém vo forme straty určitých informácií (poradia ťahov), paradoxne však vznikajú ťažkosti s nedostatkom informácií, nakoľko je prepisovaný strategický zápis ignorujúci sekvenciu volených stratégií na extenzívny tvar, ktorý tieto informácie zohľadňuje. Výsledkom tohto procesu je, že *ku každej hre v strategickom tvare môže existovať viac než jeden rozhodovací strom*. V takomto prípade často dochádza k tom, že pôvodná rovnováha strategickej hry má opodstatnenie v jednom extenzívnom zápise, avšak v inom už nie. Naproti tomu *ku každej hre s extenzívnom tvare existuje práve jedna asociovaná hra*.

Obrázok 2.5.1.1 Investičná hra (Investment Game with High versus Low R & D Investment Cost)

a) Hra v extenzívnom tvare



b) Asociovaná hra (hra v strategickom tvare)

		Firma 2	
		nízke I (nasledovateľ)	*vysoké I* (líder)
Firma 1	*nízke I* (nasledovateľ)	(200, 100)	**(10, 200)***
	vysoké I (líder)	(100, 10)	(-100, -100)

2.6 Riešenie nekooperatívnych hier v extenzívnom tvare

Pri riešení dynamických hier sa zameriame na konečné hry dvoch hráčov s dokonalými informáciami, pričom budeme vychádzať z Nashovej rovnováhy, ktorá však nie je úplne vhodná pre tento typ hier, nakoľko abstrahuje od sekvenčných vlastností hry. Preto tento koncept rozvinieme tak, aby rešpektoval poradie ťahov jednotlivých hráčov. Čerpať budeme najmä z publikácií Holler, Illing (1996) a Smit, Trigeorgis (2004), v oboch prípadoch sa zhodne jedná o 4. kapitolu.

Koncept Nashovej rovnováhy už poznáme z riešenia hier v strategickom tvare. Z jeho koncepcie budeme vychádzať aj v prípade hľadania optimálnej stratégie hier zapísaných extenzívnou formou, pretože *Nashove ekvilibrium extenzívnej hry Γ je definované ako Nashove ekvilibrium v jej asociovanej hre Γ´.*

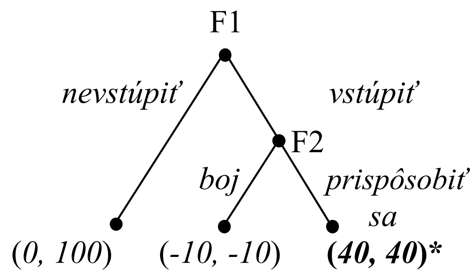
Strategický profil, v ktorom je každá stratégia najlepšou odpoveďou na strategický profil, ktorý ju obsahuje, nazývame Nashovým ekvilibriom.

Problematika absencie Nashovej rovnováhy v hrách v strategickom tvare naberá pri riešení dynamických hier úplne opačné rozmery. Vzhľadom na komplexnejší koncept hier v extenzívnom tvare, tieto naberajú často rozsiahlejšie zápisy vo forme väčšieho počtu rozhodovacích a koncových uzlov. Následne tým v asociovanej hre vznikajú viaceré Nashove rovnovážne stratégie, ktoré sú ale v kontexte dynamických hier irelevantné, pretože nezohľadňujú sekvenciu jednotlivých ťahov hry a tým sa pri hľadaní ekvilibria rozhodujú aj na základe stratégií (hrozieb), ktoré by racionálny hráč v extenzívnej forme hry prehliadal (tzv. noncredible treats).

Ako príklad si uvedieme hru o vstup na trh. Aktérmi sú dve firmy. Firma 2 je už etablovaná na trhu a jej monopolný zisk podnietil k zvažovaniu vstupu konkurencie (firmy 1) na trh. Priestor možných stratégií a k nim prislúchajúce výplaty, či poradie ťahov znázorňuje herný strom a k nemu prislúchajúca asociovaná hra. Hviezdičkou sú vyznačené Nashove ekvilibriá.

Obrázok 2.6.1 Hra o vstup na trh (Market Entry Game)

a) **Hra v extenzívnom tvare**



b) **Asociovaná hra (hra v strategickom tvare)**

		Firma 2 (monopolista)	
		boj	*prispôsobiť sa*
Firma 1 (konkurent)	*vstúpiť*	(-10, -10)	**(40, 40)***
	nevstúpiť	(0, 100)*	(0, 100)

Strategický tvar asociovanej hry sa vyznačuje dvomi regulernými Nashovými ekvilibriami. Keď sa však budeme rozhodovať pomocou herného stromu, zistíme, že jedno z nich nie je opodstatnené: Konkurenčnú firmu pri zvažovaní vstupu na trh odrádza hrozba reakcie monopolistu vo forme boja a preto sa rozhodne nevstúpiť na trh (0 > -10). Avšak, keby zvolila stratégiu vstupu na trh, tak monopolista hrozbu boja reálne nezvolí (40 > -10). Takúto *hrozbu nazývame nedôveryhodnou*, keďže nebude nikdy využitá a preto stratégiu (vstúpiť, boj) eliminujeme z hry. Potom je jasné, že konkurenčná firma sa rozhodne vstúpiť na trh (40 > 0) a monopolistovi zostane už len prispôsobiť sa. Dôsledok toho je, že jediné sekvenčne racionálne Nashove ekvilibrium v tejto hre predstavuje stratégia (vstúpiť, prispôsobiť sa) a preto ho nazveme ***dokonalou rovnováhou vzhľadom na podhry***.

Holler, Illing (1996, str. 108): *Ak pre žiadneho hráča nie je optimálne sa v každej podhre začínajúcej v ľubovoľnom uzle herného stromu od zvolenej stratégie* x_i^* *odchýliť, potom takýto strategický profil nazývame dokonalou rovnováhou vzhľadom na podhry.*

Pre každú hru existuje minimálne jedna vzhľadom na podhry dokonalá rovnováha.

Z uvedenej definície vyplýva, že našou úlohou je hľadanie Nashovho ekvilibria v každej podhre. Za týmto účelom sa používa *metóda dynamickej optimalizácie využívajúca* ***Bellmanov princíp spätnej indukcie:***

- *Začíname v koncových uzloch herného stromu, z ktorých sa presúvame do najbližšieho netriviálneho rozhodovacieho uzla.*
- *V takto identifikovanej každej podhre hľadáme najlepšiu možnú stratégiu ohraničenú danou podhrou na základe výplat, ktoré podhre prislúchajú. Inými slovami eliminujeme dominované stratégie.*

Uvedený postup opakujeme, až pokiaľ nedosiahneme počiatočný uzol hry. Keď ho dosiahneme, identifikovali sme optimálnu stratégiu sekvenčnej hry, ktorá je vzhľadom na podhry dokonalá.

3 Popis metodológie reálnych opcií v kombinácii s teóriou hier

3.1 Základné pojmy a charakteristika reálnych opcií

Opcie sú chápané ako právo kúpiť alebo predať podkladové aktívum za vopred stanovenú realizačnú cenu k pevne stanovenému okamihu (európsky typ opcie) alebo v určitom intervale do doby splatnosti (americký typ opcie). V prípade reálnych opcií sa jedná o právo inkasovať budúce peňažné toky, ktoré súvisia s reálnymi investičnými projektmi podniku.

Opčná metodika prináša do oblasti investičného rozhodovania možnosť oceniť flexibilné zásahy, ktoré sú nevyhnutné najmä v prípadoch dlhodobých investícií, kde počas ich životnosti dochádza k zmene faktorov priamo ovplyvňujúcich hodnotu projektu. Tieto budúce zásahy do projektu je možné modelovať ako kúpne a predajné opcie, oceniť ich a zahrnúť do celkovej hodnoty investičného zámeru, čo je hlavný prínos reálnych opcií v porovnaní s tradičnými metódami kapitálového rozpočtovania (napr. NPV, IRR), pri ktorých existuje iba jedna jediná voľba, a to realizovať alebo nerealizovať zamýšľanú investíciu. Metóda reálnych opcii teda umožňuje prijať aj projekt, ktorý má síce zápornú NPV, vypočítanú pomocou pasívneho prístupu, avšak s budúcimi aktívnymi zásahmi sa stane investícia rentabilná.

Ďalej si popíšme základne parametre charakterizujúce opciu, ktorými sú podkladové aktívum S, realizačná cena X, doba do splatnosti T, vnútorná hodnota VH, zisk Z a cena opcie c.

Podkladové aktívum rozdeľujeme na finančné (akcie, úrokové sadzby, menové kurzy, ceny obligácií) alebo nefinančné, ktoré sú zastúpené v prípadne reálnych opcií. Príkladom môžu byť očakávané finančné toky investičného projektu, ale aj parametre ako množstvo zrážok, či teplota v prípade tzv. weather derivátov.

Realizačná cena prestavuje dohodnutú cenu podkladového aktíva, za ktorú sa v dobe zrelosti toto aktívum kúpi alebo odpredá.

Doba do splatnosti alebo aj doba zrelosti, či realizácie označuje časový interval, na ktorý bol opčný kontrakt uzavretý.

Opčná prémia býva označovaná aj ako *cena opcie*, ktorú uhradí majiteľ opčných práv pri uzavretí kontraktu alebo je ňou cena, za ktorú možno kúpiť alebo predať tento derivát na sekundárnom trhu.

Vnútorná hodnota vyjadruje veľkosť výplaty v momente využitia a preto býva označovaná aj ako výplatná funkcia.

Zisk z opčného kontraktu tvorí priata výplata zmenšená o zaplatenú opčnú prémiu.

Rovnica 3.1.1 Porovnanie finančných a reálnych opcií

Finančné opcie	Reálne opcie
Spotová cena podkladového aktíva (napr. CP, menové kurzy)	PV očakávaného CF projektu
Realizačná cena	Investičné výdavky
Doba do splatnosti opcie	Doba životnosti projektu
Volatilita podkladového aktíva	Volatilita CF projektu
Bezriziková úroková sadzba	Bezriziková úroková sadzba

Zdroj: Schwartz, Trigeorgis (2001, str.82)

3.2 Metódy oceňovania opcií

Cieľom ocenenia je určenie opčnej prémie, pričom rozlišuje tri základne oceňovacie metódy:

- ***Analytické,*** pri ktorých matematickým odvodením získame funkčný vzťah, do ktorého následne dosadíme vstupné parametre a vypočítame opčnú prémiu, pričom poznáme
  - **Black-Scholesov model,**
  - **afinnné modely**, pri ktorých existuje riešenie iba pri dodržaní určitých predpokladov, ktoré však často nezodpovedajú reálnym podmienkam.
- ***Numerické metódy*** predpokladajú, že ak cena podkladového aktíva S_t v čase t nadobúda hodnotu S, potom v čase $t+1$ môže nadobúdať buď
  - dve rôzne hodnoty - ***binomické modely,***
  - tri rôzne hodnoty - ***trinomické modely,***
  - n-rôznych hodnôt - ***multinomické modely.***

Výhodou týchto modelov je možnosť zohľadniť pri riešení zloženú výplatnú funkciu a zložené podmienky napríklad pri amerických typoch opcií. Negatívum sa prejavuje v nie úplne presnom riešení, nakoľko sa jedná iba o aproximáciu skutočnosti.

- ***Simulácia Monte Carlo,*** pri ktorej simulujem veľké množstvo scenárov vstupných veličín, z ktorých získame rozdelenie pravdepodobnosti. Následne zostavíme výplatnú funkciu a k nej pravdepodobnosť, že bude opcia využitá. Nakoniec stanovíme cenu ako súčasnú hodnotu strednej hodnoty, že bude opcia využitá. Tento prístup má výhody jednoduchosti výpočtu aj pri ťažko opísateľných procesoch vývoja podkladového aktíva a taktiež sa jeho presnosť zvyšuje s rastúcim počtom simulovaných scenárov. Ťažko sa však pomocou neho oceňujú americké opcie a Path Dependent opcie.

3.3 Wienerov a geometrický Brownov proces

Wienerov proces predstavuje základný prvok ďalších procesov, pričom vychádza z nasledujúcich predpokladov:

- *sleduje Markovov proces*, čo sa prejavuje vzájomnou nezávislosťou predikovaných a historických cien, tzn. že, predikované ceny sú ovplyvnené iba aktuálnou cenou,
- *zmeny cien sú nezávislé v čase.*

Ak náhodný prvok z normovaného normálneho rozdelenia pravdepodobnosti $N(0;1)$ označíme $\tilde{z}$, potom je Wienerov proces definovaný

$$\tilde{z}_t - z_0 \equiv dz = \tilde{z} \cdot \sqrt{dt}, \qquad (3.3.1)$$

pričom stredná hodnota $E(dz) = 0$, t.j. neexistuje žiaden trend a rozptyl $\mathrm{var}(dz) = t$, teda rizikovým faktorom je čas.

Uplatnením geometrického Brownovho procesu s exponenciálnym trendom získavame tvar

$$dx = \alpha \cdot x \cdot dt + \sigma \cdot x \cdot dz, \qquad (3.3.2)$$

čo môžeme vyjadriť aj ako relatívny prírastok za jednotkový časový interval,

$$\frac{dx}{x} = \alpha \cdot dt + \sigma \cdot dz. \tag{3.3.3}$$

Je vidieť, že geometrický Brownov proces vhodne vyjadruje výnos, pričom α prestavuje priemerný výnos, najčastejšie za obdobie jedného roku a σ smerodajnú odchýlku za rovnaké obdobie (rok).

Následne ešte stanovme strednú hodnotu a rozptyl: $E(dx) = \alpha \cdot dt$, $E(x_T) = x_0 + x_0 \cdot \alpha \cdot T$, $\mathrm{var}(dx) = \sigma^2 \cdot dt$, $\mathrm{var}(x_T) = x_0 + x_0 \cdot \sigma^2 \cdot T$.

3.4 Binomický model

Diskrétny binomický model predstavuje určitú aproximáciu skutočnosti, pri ktorom môžu nastať vždy dva možné vývoje ceny podkladového aktíva a síce jeho rast alebo pokles. Na začiatok si definujeme ***predpoklady*** tohto modelu:

- *nemožnosť arbitráže* – nemôžeme dosiahnuť bezrizikového zisku,
- *platnosť zákona jednej ceny* – ak nesú dve rôzne aktíva v budúcnosti totožnú výplatnú funkciu, potom pri dodržaní predpokladu nemožnosti arbitráže musia mať v súčasnosti aj rovnakú cenu,
- *existencia efektívnych trhov* bez akéhokoľvek zdanenia, či transakčných nákladov,
- *nekonečná deliteľnosť podkladových aktív*,
- *vychádza z rizikovoneutrálneho prístupu* – pre diskontovanie sa používa bezriziková sadzba r a všetky výnosy sú rovné práve tejto bezrizikovej sadzbe,
- *diskrétne časové intervaly,*
- *binomický proces,* pri ktorom z každého stavu môžu nastať práve dve možnosti,
- *rizikovo neutrálny investor.*

3.4.1 Replikačná stratégia

Podstatou replikačnej stratégie pre európsky typ opcie je vytvorenie takého portfólia pozostávajúceho z a podielov podkladového aktíva S a bezrizikového B (bežný účet) tak, že hodnota takto vytvoreného portfólia presne replikuje (napodobňuje) cenu opcie pri akomkoľvek vývoji ceny podkladového aktíva, t.j. tak, aby sa hodnota vytvoreného portfólia rovnala o hodnote opcie. Postup ocenenia je vypracovaný podľa Zmeškal a kol. (2004).

Hodnota portfólia na začiatku v čase t,

$$C_t = a \cdot S_t + B_t, \tag{3.4.1.1}$$

hodnota portfólia na konci v čase $t + dt$

- *pri raste ceny podkladového aktíva*

$$C_{t+dt}^u = a \cdot S_{t+dt}^u + B_t \cdot (1 + r)^{dt}, \tag{3.4.1.2}$$

- *pri poklese ceny podkladového aktíva*

$$C_{t+dt}^d = a \cdot S_{t+dt}^d + B_t \cdot (1 + r)^{dt}, \tag{3.4.1.3}$$

pričom a predstavuje množstvo podkladového aktíva, S_t je hodnota podkladového aktíva v čase t, B_t je hodnota bezrizikového aktíva (množstvo peňazí na bezrizikovom účte) v čase t, C_t prestavuje cenu opcie v čase t, ako r je označená ročná bezriziková sadzba, $u, (d)$ sú indexmi rastu (poklesu) ceny podkladového aktíva.

Pretože cena opcie v dobe splatnosti je rovná vnútornej hodnote, tak pre call opciu v prípade rastu platí $C_{t+dt}^u = VH_{t+dt}^u = max(S_{t+dt}^u - X; 0)$, respektíve pre pokles $C_{t+dt}^d = VH_{t+dt}^d = \max(S_{t+dt}^d - X; 0)$, kde X označuje realizačnú cenu. Vyjadrením množstva podkladového aktíva a hodnoty bezrizikového aktíva zo vzťahov 3.4.1.2 a 3.4.1.3 a ich následným spätným dosadením do prvej rovnice 3.4.1.1 určíme parametre a, B a dopočítame cenu opcie v čase t

$$C_t \cdot (1 + r)^{dt} = C_{t+dt}^u \cdot \left[\frac{(1 + r)^{dt} \cdot S_t - S_{t+dt}^d}{S_{t+dt}^u - S_{t+dt}^d}\right] + C_{t+dt}^d \cdot \left[\frac{S_{t+dt}^u - (1 + r)^{dt} \cdot S_t}{S_{t+dt}^u - S_{t+dt}^d}\right]. \tag{3.4.1.4}$$

Po zjednodušení výrazov v hranatých zátvorkách dostávame

$$C_t = (1 + r)^{-dt} \cdot \left[C_{t+dt}^u \cdot p + C_{t+dt}^d \cdot (1 - p)\right] \text{ alebo} \tag{3.4.1.5}$$

$$C_t = (1 + r)^{-dt} \cdot E[C_{t+dt}], \tag{3.4.1.6}$$

kde p predstavuje rizikovo neutrálnu pravdepodobnosť alebo aj bezrizikovú pseudopravdepodobnosť, ktorá však nie je subjektívnou pravdepodobnosťou a $E[C_{t+dt}]$ je rizikovo neutrálna stredná hodnota.

Zo vzťahu 3.4.1.6 vyplýva, že cena opcie je determinovaná súčasnou hodnotou strednej hodnoty v nasledujúcom období, pričom stredná hodnota je stanovená pomocou u rizikovo neutrálnej pravdepodobnosti.

Pri stanovovaní hodnoty americkej opcie musíme zohľadniť jej časový interval využitia až do doby splatnosti. V každom rozhodovacom uzle potom porovnávame vnútornú hodnotu opcie a jej cenu vychádzajúcu zo vzťahu 3.4.1.5,

$$C_t = max\left\{VH_t; (1 + r)^{-dt} \cdot \left[C_{t+dt}^u \cdot p + C_{t+dt}^d \cdot (1 - p)\right]\right\}. \tag{3.4.1.7}$$

Ak vyjadríme vývoj ceny podkladového aktíva pomocou geometrického Brownovho pohybu, $S_{t+dt}^u = S_t \cdot u$ a $S_{t+dt}^d = S_t \cdot d$, potom

$$p = \left[\frac{(1 + r)^{dt} \cdot S_t - S_t \cdot d}{S_t \cdot u - S_t \cdot d}\right] = \left[\frac{(1 + r)^{dt} - d}{u - d}\right]. \tag{3.4.1.8}$$

Pričom hodnoty indexov rastu u a d poklesu sú odvodené z volatility ceny podkladového aktíva a pre ich výpočet platí,

$$u = e^{\sigma \cdot \sqrt{dt}}, \tag{3.4.1.9}$$

$$d = e^{-\sigma \cdot \sqrt{dt}}. \tag{3.4.1.10}$$

Ich vzájomný vzťah je určený podmienkou binomického zväzu:

$$u \cdot d = 1. \tag{3.4.1.11}$$

V prípade opcie, ktorej podkladové aktívum generuje dividendu δ je možno rizikovo neutrálnu pravdepodobnosť modifikovať,

$$p = \left[\frac{(1 + r - \delta)^{dt} - d}{u - d}\right], \tag{3.4.1.12}$$

kde $\delta = \frac{k}{1+k}$ a k predstavuje náklad kapitálu firmy realizujúcej investičný projekt, ktorého doba životnosti je predpokladaná na nekonečne dlhú dobu.

Aby boli splnené predpoklady binomického modelu, konkrétne podmienka nemožnosti arbitráže, musí pri opcii, ktorá má hodnotu v počiatočnom období platiť, že jej stredná hodnota na konci obdobia jej rovnako kladná, teda

$$C_t > 0 \Rightarrow E[C_{t+dt}] > 0 \tag{3.4.1.13}$$

Z tejto podmienky odvodíme obmedzenia pre bezrizikovú sadzbu, index rastu a pokles cien podkladového aktíva. Ak C_t a súčasne aj C_{t+dt}^{u} naberajú kladné hodnoty, pričom $C_{t+dt}^{d} = 0$, potom podľa (3.4.1.5) musí byť rizikovo neutrálne pravdepodobnosť rastu kladná, z čoho vzhľadom na vzorec 3.4.1.8 vyplýva, že $(1 + r)^{dt} > d$.

Analogicky ak $C_t > 0 \wedge C_{t+dt}^{u} = 0 \wedge C_{t+dt}^{d} > 0$, potom plynie, že $(1 - p) > 0$ a podľa rovnice 3.4.1.8 že $(1 + r)^{dt} < u$.

Z nemožnosti arbitráže vyplýva, že

$$d < (1 + r)^{dt} < u. \tag{3.4.1.14}$$

Na záver si ešte ukážme, aký vplyv majú faktory na cenu kúpnej a predajnej opcie, pričom znamienkom plus je označená priama a znamienkom mínus nepriama úmera medzi vývojom daného faktoru a jeho vplyvu na opčnú prémiu.

Tabuľka 3.4.1 Vplyv premenných na cenu opcie

Faktor	Opčná prémia	
	call opcie	put opcie
Cena podkladového aktíva	+	-
Realizačná cena	-	+
Doba do splatnosti	+	+
Volatilita	+	+
Bezriziková úroková sadzba	+	-
Výplata dividend	-	+

3.5 Typy reálny opcií investičných projektov

Predmetom tejto časti bude rozdelenie reálnych opcií na základe typu flexibility, ktorú poskytujú projektovému manažérovi. Zameriame sa na najčastejšie používané jednoduché typy opcií, pričom zložené reálne opcie je možné vytvoriť ich následnou vzájomnou kombináciou. Primárne bude vždy pojednávané o opcii amerického typu, už v menšom meradle bývajú využívané európske reálne opcie. Pri rozdelení jednotlivých typov opcií bolo čerpané z 7. kapitoly Schwartz, Trigeorgis (2001) a z 5. kapitoly Scholleová (2007).

3.5.1 Opcia na odloženie zahájenia projektu (Option to Defer or to Wait a Project)

Možnosť oddialiť realizáciu projektu o t rokov oproti pôvodne plánovanému termínu realizácie je využívaná najmä v prípadoch investícií, v ktorých nie je možný dodatočný aktívny zásah. Opciou na odloženie zahájenia projektu projektový manažér získava čas na pozorovanie (wait and see) skutočného vývoja trhu (ceny vstupov a výstupov, úroveň dopytu) a má tak možnosť validovať produkčné plány ešte pre samotným začiatkom produkcie. Hodnoty vstupných parametrov sú v daný moment síce dostupné, ale ich vývoj nie je stabilný a preto je potrebné popísať ich možné budúce úrovne pravdepodobnostných rozdelením, na čo nám poskytuje priestor možné odloženie realizácie projektu. Nie vždy je však výhodné zvoliť vyčkávaciu taktiku, počas ktorej nám plynie napríklad doba platnosti patentu vyvinutej technológie, ktorá rovnako časom zastaráva. Ďalším prípadom môže byť zmena konkurenčného prostredia a hlavne fakt, že ak firma síce nevyužije právo odložiť projekt, ale naopak investuje ihneď, môže týmto krokom odradiť konkurenciu od vstupu na rovnaký trh a tým aj výrazne pozitívne ovplyvniť očakávané CF z projektu. Aplikáciu tohto druhu reálnej opcie si ukážeme v tretej kapitole.

Najčastejšie oceňujeme americkú call opciu, pričom zriedka sa jedná aj o európsky typ opcie, avšak vždy s obdobnými parametrami:

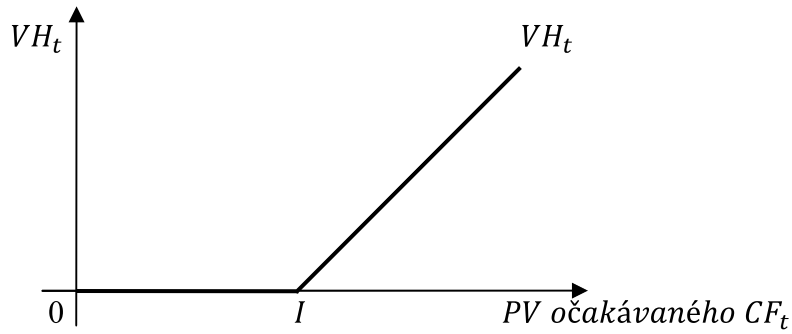
- *podkladové aktívum* – očakávaný CF základného projektu (CF_t),
- *cena podkladového aktíva* - suma diskontovaných CF projektu v jednotlivých rokoch $V_t = \sum_t PV(CF)$,
- *realizačná cena* - investičné výdavky potrebné na vstup do projektu (I)
- *doba životnosti* - doba, počas ktorej možno vyčkávať s realizáciou projektu (t),

- *opčná prémia* - rozdiel *NPV* projektu s opciou a *NPV* projektu bez opcie (c).

Výplatnú funkciu opcie na odloženie zahájenia projektu stanovíme ako vnútornú hodnotu cal opcie,

$$VH_t = \max(V_t - I; 0). \tag{3.5.1.1}$$

Obrázok 3.5.1.1 Výplatná funkcia opcie na odloženie zahájenia projektu



Okamih vstupu do projektu určíme pomocou rozhodovacej funkcie:

$$F^D = \begin{Bmatrix} VH_t > 0 & \Rightarrow & zahájiť \\ VH_t = 0 & \Rightarrow & odložiť \end{Bmatrix}. \tag{3.5.1.2}$$

Celková hodnota projektu je rovná súčtu čistej súčasnej hodnoty projektu bez opcie $NPV_{bez\ opcie}$ a ceny opcie:

$$NPV_{s\ opciou} = NPV_{bez\ opcie} + \max(V_t - I; 0). \tag{3.5.1.3}$$

3.5.2 Opcia na rozšírenie projektu (Option to Expand a Project)

Právo voľby rozšíriť súčasný projekt o E percent v porovnaní s jeho doterajším objemom, poskytuje majiteľovi opcie opcia na rozšírenie projektu. Táto forma flexibility býva využívaná pri priaznivejšom vývoji tržných podmienok, než s akými bolo počítané v plánoch produkčných kapacít. Právo voľby je vyvážené nutnosťou uhradiť investičné výdavky rozšírenia I_E. V prípade možnosti uplatnenia opcie počas celej životnosti projektu sa jedná o americkú opciu. Ak však podnikový manažér môže zvýšiť výrobu iba vo vopred daný časový horizont, potom hovoríme o európskom type opcie.

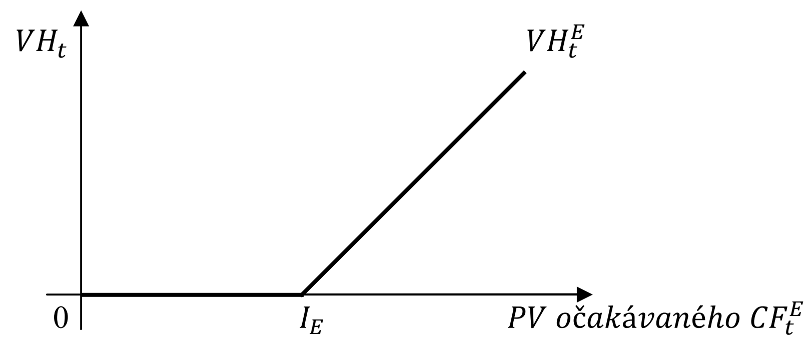
Pri výpočte ceny opčného kontraktu, budeme pracovať s nasledovnými parametrami:

- *podkladové aktívum* – očakávaný CF z rozšírenej časti projektu (CF_t^E),
- *cena podkladového aktíva* - suma diskontovaných CF z rozšírenej časti projektu $V_t^E = \sum_t PV(CF_t^E)$,
- *realizačná cena* - investičné výdavky na rozšírenie (I_E),
- *doba životnosti* - doba, počas ktorej možno rozšíriť projekt (T), pričom zvyčajne býva totožná s investičným horizontom projektu,
- *opčná prémia* - *NPV* projektu s opciou zmenšený o *NPV* projektu bez opcie (c).

Výplatná funkcia opcie na rozšírenie projektu je stanovená pomoc call opcie a nadobúda tvar,

$$VH_t^E = \max(V_t^E - I_E; 0). \tag{3.5.2.1}$$

Obrázok 3.5.2.1 Výplatná funkcia opcie na rozšírenie projektu



Rozhodovacia funkcia je potom definovaná ako,

$$F^E = \begin{Bmatrix} VH_t^E > 0 & \Rightarrow & rozšíriť \\ VH_t^E = 0 & \Rightarrow & pokračovať\ bez\ zmeny \end{Bmatrix}. \tag{3.5.2.2}$$

Výsledná hodnota projektu po zohľadnení flexibilných zásahov je daná ako súčet čistej súčasnej hodnoty projektu bez opcie $NPV_{bez\ opcie}$ a vnútornej hodnoty kúpnej opcie, ktorá je v dobe realizácie totožná s cenou opcie,

$$NPV_{s\ opciou} = NPV_{bez\ opcie} + \max(\ V_t^E - I_E; 0). \tag{3.5.2.3}$$

3.5.3 Opcia na zúženie projektu (Option to Contract a Project)

Flexibilita v podobe možnosti zúženia projektu o C percent z jeho pôvodného rozsahu predstavuje vo finančnej analógii put opciu. Keď sa situácia vyvíja menej priaznivo (napr. pokles dopytu), než bolo plánované a manažment spoločnosti musí vykonať reštriktívne opatrenia, tak siahne práve po taktom druhu opcie. Odpredáva, či prenajíma prebytočné výrobné kapacity, nevyužívané technológie a odmenou za to sú príjmy zo zúženej časti projektu R_C. Rovnako ako v predchádzajúcom prípade flexibilita môže niesť znaky americkej, či európskej opcie.

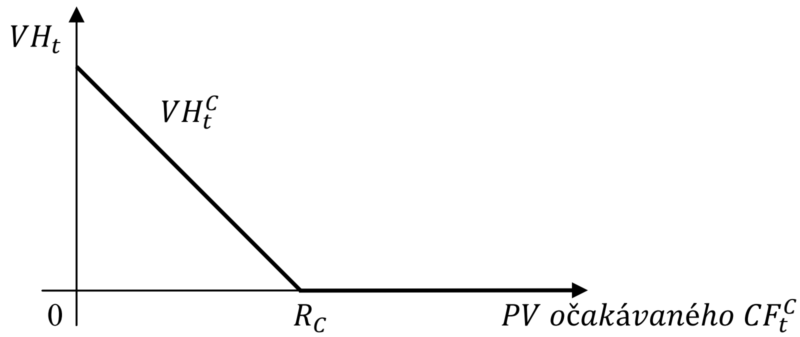
Pre ocenenie opcie na zúženie projektu budeme určovať opčnú prémiu p, pričom využijeme parametre:

- *podkladové aktívum* – očakávaný CF zo zúženej časti projektu (CF_t^C),
- *cena podkladového aktíva* - suma diskontovaných CF zo zúženej časti projektu $V_t^C = \sum_t PV(CF_t^C)$,
- *realizačná cena* - príjmy plynúce odpredajom prebytočných kapacít (R_C),
- *doba životnosti* - doba, počas ktorej možno rozšíriť projekt (T), resp. doba životnosti projektu,
- *opčná prémia* - *NPV* projektu s opciou mínus *NPV* projektu bez opcie (p).

Výplatnú funkciu opcie na zúženie projektu stanovíme ako vnútornú hodnotu put opcie,

$$VH_t^C = \max(R_C - V_t^C; 0). \tag{3.5.3.1}$$

Obrázok 3.5.3.1 Výplatná funkcia opcie na zúženie projektu



Prípadne reštriktívne opatrenia učiníme na základe nasledovnej rozhodovacej funkcie:

$$F^C = \begin{Bmatrix} VH_t^C > 0 & \Rightarrow & zúžiť \\ VH_t^C = 0 & \Rightarrow & pokračovať\ bez\ zmeny \end{Bmatrix}. \tag{3.5.3.2}$$

Celková hodnota projektu s možnosťou uplatnenia opcie na zúženie je rovnako tvorená hodnotou východzieho projektu zväčšená o predajnú opciu na zúženie:

$$NPV_{s\ opciou} = NPV_{bez\ opcie} + \max(R_C - V_t^C; 0). \tag{3.5.3.3}$$

3.5.4 Opcia na dočasné prerušenie projektu (Option to Temporary Shot Down and Restart a Project)

Dočasné prerušenie projektu prostredníctvom call opcie býva aplikované v prípade poklesu ceny P_t pod úroveň jednotkových variabilných nákladov vc_t. Týmto krokom manažment minimalizuje stratu na výšku fixných nákladov. Prebytočné kapacity však neodpredáva natrvalo, keďže predpokladá opätovné spustenie projektu, len čo tržby spoločnosti začnú pokrývať aj variabilnú zložku nákladov. Dočasné prerušenie sa využíva najmä v sezónnych odvetviach.

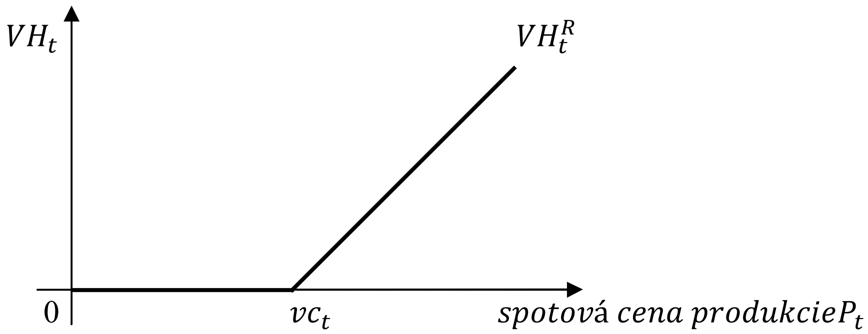
Teraz pristúpime k oceneniu opčného kontraktu, využijeme tieto parametre:

- *cena podkladového aktíva* - spotová cena produkcie P_t,
- *realizačná cena* - jednotkové variabilné náklady vc_t,
- *doba životnosti* – investičný horizont pôvodného projektu (T),
- *opčná prémia* - rozdiel *NPV* projektu s opciou a *NPV* projektu bez opcie (c).

Analogicky ako pri kúpnej opcii definujeme výplatnú funkciu dočasného prerušenia výroby,

$$VH_t^R = \max(P_t - vc_t; 0). \tag{3.5.4.1}$$

Obrázok 3.5.4.1 Výplatná funkcia opcie na dočasné prerušenie projektu



Rozhodovaciu funkciu určuje nasledovný vzťah,

$$F^R = \begin{Bmatrix} VH_t^R > 0 & \Rightarrow & pokračovať\ bez\ zmeny \\ VH_t^R = 0 & \Rightarrow & dočasne\ prerušiť \end{Bmatrix}. \tag{3.5.4.2}$$

Celková hodnota projektu po zohľadnení flexibilných zásahov je determinovaná súčtom čistej súčasnej hodnoty projektu bez opcie $NPV_{bez\ opcie}$ a vnútornej hodnoty call opcie na dočasné prerušenie výroby v dobe realizácie,

$$NPV_{s\ opciou} = NPV_{bez\ opcie} + \max(P_t - vc_t; 0). \tag{3.5.4.3}$$

3.5.5 Opcia na ukončenie projektu za zostatkovú hodnotu alebo zmenu technológie (Option to Abandon a Project for Salvage Value or Switch Use)

V prípade dlhodobého nepriaznivého vývoja trhu, kedy ani dočasné prerušenie výroby nie je ďalej udržateľné, využijeme právo ukončiť celý jestvujúci projekt ešte pred jeho plánovanou dobou životnosti a odpredať zostávajúce technologické a výrobné kapacity za zostatkovú cenu A_t.

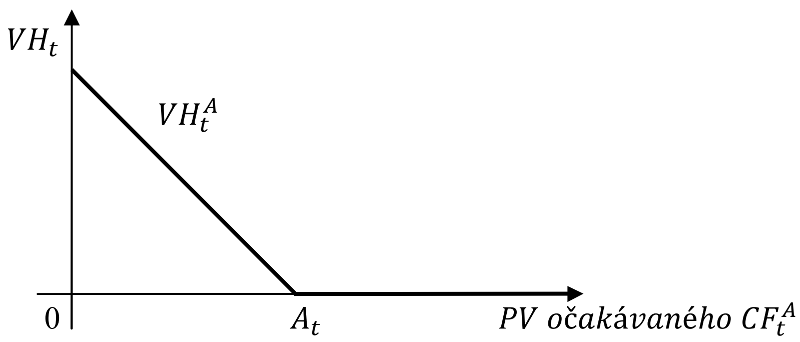
Za účelom stanovenia opčnej prémie put opcie na ukončenie projektu alebo zmenu technológie si definujeme pre výpočet potrebné parametre:

- *podkladové aktívum* – očakávaný CF z ukončenej časti projektu (CF_t^A) v jednotlivých rokoch,
- *cena podkladového aktíva* - suma diskontovaných CF z ukončenej časti projektu $V_t^A = \sum_t PV(CF_t^A)$,
- *realizačná cena* - zostatková ceny projektu (A_t),
- *doba životnosti* – doba investičného zámeru pôvodného projektu (T),
- *opčná prémia* - *NPV* projektu s opciou zmenšený o *NPV* projektu bez opcie (p).

Výplatná funkcia opcie na rozšírenie projektu je stanovená pomoc put opcie a nadobúda tvar,

$$VH_t^A = \max(V_t^A - A_t; 0). \quad (3.5.5.1)$$

Obrázok 3.5.5.1 Výplatná funkcia opcie na dočasné prerušenie projektu



Projektový manažér činí svoje kroky podľa rozhodovacej funkcie,

$$F^A = \begin{Bmatrix} VH_t^A > 0 & \Rightarrow & pokračovať\ bez\ zmeny \\ VH_t^A = 0 & \Rightarrow & ukončiť \end{Bmatrix}. \quad (3.5.5.2)$$

Hodnota projektu vrátane put opcie je daná ako súčet čistej súčasnej hodnoty projektu bez opcie $NPV_{bez\ opcie}$ a vnútornej hodnoty predajnej opcie na ukončenie projektu,

$$NPV_{s\ opciou} = NPV_{bez\ opcie} + \max(\ V_t^A - A_t; 0). \quad (3.5.5.3)$$

3.6 Investičné rozhodovanie v koncepcii teórie hier ocenené opčnou metodikou

Jednu z prvých teórií modelov oligopolu rozvinul už v roku 1838 Augustin Cournout. Popísal v nej vzájomné interakcie pri rozhodovaní o veľkosti produkcie každej z firiem tak, aby im zvolený objem zabezpečil maximalizáciu individuálneho zisku. Cena je v tomto modeli determinovaná inverznou funkciou dopytu a odvíjala sa práve od celkového objemu umiestnenej produkcie na trhu. Ponúkané množstvo bolo stanovené *simultánnym rozhodnutím* oboch firiem prostredníctvom priesečníka ich reakčných kriviek. Túto statickosť prepracoval vo svojom modeli duopolu v roku 1934 Henrich von Stackelberg na *sekvenčné rozhodnutia* o množstve výroby a definoval aj výhodu prvého rozhodnutia (First-Mover Advantage).

Uvedené teoretické východiská s ich aplikáciou sú rozpracované v Smit, Trigeorgis (2004), v 4. a 6. kapitole, odkaľ bude aj čerpané.

Predpokladajme doupolnú tržnú štruktúru tvorenú dvoma podobne konkurenčne silnými firmami. Ak firma i realizovala vývoj novej technológie počas výskumnej fázy (Research & Development (R & D)), má možnosť (právo voľby) jej implementáciou zredukovať svoje jednotkové variabilné náklady c_i v druhej, komercializačnej fáze pod úroveň konkurencie c_j, čo si však vyžiada jednorazovú kapitálovú investíciu K_i. Pre vstup do projektu, či už s využitím novej alebo starej technológie, sú spojené investičné výdavky I na nákup výrobných zariadení, ktoré sú pre obe firmy rovnaké. Trh je charakterizovaný inverznou lineárnou ***funkciou dopytu*** v tvare

$$P(Q,\theta_t) = \theta_t - (Q_A + Q_B), \tag{3.6.1}$$

kde θ_t predstavuje náhodný parameter funkcie dopytu, pričom predpokladáme, že jeho pohyb je charakterizovaný v diskrétnych okamihoch pomocou multiplikatívneho binomického procesu. Q_A a Q_B je množstvo produkcie produkované firmou A, respektíve firmou B. $P(Q)$ zobrazuje tržnú cenu produkcie ako funkciu celkového množstva $Q = (Q_A + Q_B)$.

Fixné náklady sú reprezentované vyžadovanou počiatočnou investíciou na vstup do projektu I, variabilná zložka nákladov sa mení s veľkosťou produkcie firmy. Funkcia celkových variabilných nákladov firmy i, pričom $i = A, B$, je charakterizovaná vzťahom

$$C(Q_i) = c_i \cdot Q_i + \frac{1}{2} q_i \cdot {Q_i}^2. \tag{3.6.2}$$

c_i a q_i predstavujú fixný a variabilný koeficient marginálnej nákladovej funkcie $(c_i + q_i \cdot Q_i)$ firmy i.

Pre kvantifikáciu zisku firmy i dosiahnutého v druhej komercializačnej fáze je potrebné najskôr určiť tržby firmy i, ktoré budú následne znížené o jej náklady. Príjmy utržené z produkcie získame ako súčin ceny P (vzťah 3.6.1) a objemu produkcie Q_i, od ktorého odpočítame celkové variabilné náklady výroby C (vzťah 3.6.2):

$$\pi_i\left(Q_i, Q_j, \theta_t\right) = P \cdot Q_i - C(Q_i) = \left[\theta_t - \left(Q_i + Q_j\right)\right] \cdot Q_i - \left(c_i \cdot Q_i + \frac{1}{2} q_i \cdot {Q_i}^2\right),$$

po úprave dostávame konečnú verziu zisku (bez zohľadnenia počiatočnej vstupnej investície I), s ktorou budeme ďalej pracovať

$$\pi_i\left(Q_i, Q_j, \theta_t\right) = \left[(\theta_t - c_i) - Q_j\right] \cdot Q_i - \left(1 + \frac{1}{2} q_i\right) \cdot {Q_i}^2 \tag{3.6.3}$$

Ak pre zjednodušenie upustíme od zdanenia príjmov a rovnako nepripustíme opotrebenie, inak vyjadrené formou odpisov, môžeme pri nákladoch kapitálu k a investičných výdavkoch počas komercializačnej fáze I definovať výpočet (hrubej) hodnoty projektu (Profit Value) ako

$$V_i = \frac{\pi_i}{k}. \tag{3.6.4}$$

Odpočítaním investičných výdavkov vstupom do projektu I získavame čistú súčasnú hodnotu komerčnej fázy NPV_i:

$$NPV_i = V_i - I = \frac{\pi_i}{k} - I. \tag{3.6.5}$$

Na to, aby sme určili objem produkcie, pri ktorom by firma maximalizovala celkovú hodnotu projektu V_i, musí platiť:

$$\frac{\partial V_i}{\partial Q_i} = 0. \tag{3.6.6}$$

Po položení zderivovanej funkcie hodnoty projektu rovno nule a následnej úprave získavame reakčnú funkciu, ktorá vyjadruje, aký objem výstupu bude produkovať firma i v závislosti od výstupu konkurencie,

$$R_i(Q_j) = \frac{\theta_t - c_i - Q_j}{2 + q_i}. \tag{3.6.7}$$

Reakčná krivka priraďuje ku každej úrovni výstupu jednej firmy optimálne množstvo produkcie zabezpečujúce maximalizáciu zisku druhej firmy. Reakčná krivka má negatívny sklon, čo má za následok zníženie vlastnej produkcie umiestnenej na trhu, ak konkurent zvýši svoje produkované množstvo. Pri celkovej nižšej úrovni produkcie umiestnenej na trhu, stúpa jej cena, čo zvyšuje zisk firiem a podnecuje ich k vyššej výrobnej aktivite.

Ak sa obe firmy v priebehu komercializačnej fázy správajú vo svojich investičných zámeroch identicky (simultánne), t.j. ak investuje firma A, bude investovať aj firma B (I, I) alebo v prvej etape svoju investíciu najskôr zhodne odložia (defer) a až v následne obe firmy investujú (DI, DI), respektíve investujú v oboch po sebe idúcich obdobiach (II, II), výsledkom hry bude symetrická Cournotova-Nashova rovnováha, pri ktorej rovnovážny objem produkcie oboch firiem je rovnaký ($Q_A^* = Q_B^*$). Pri kvantifikácii Q_i^* vyjdeme z predchádzajúcej reakčnej funkcie určujúcej Q_i, pričom za objem výstupu druhej firmy Q_j dosadíme vzťah $Q_j = \frac{\theta_t - c_j - Q_i}{2+q_j}$, ktorý vychádza práve zo vzťahu 3.6.7 :

$$Q_i = \frac{\theta_t - c_i - \frac{\theta_t - c_j - Q_i}{2 + q_j}}{2 + q_i} = \frac{\frac{(\theta_t - c_i)\cdot(2 + q_j) - (\theta_t - c_j - Q_i)}{2 + q_j}}{2 + q_i} =$$

$$= \frac{(\theta_t - c_i)\cdot(2 + q_j) - (\theta_t - c_j) + Q_i}{(2 + q_i)\cdot(2 + q_j)}.$$

$$Q_i = \frac{(\theta_t - c_i)\cdot(2 + q_j) - (\theta_t - c_j)}{(2 + q_i)\cdot(2 + q_j)} + \frac{Q_i}{(2 + q_i)\cdot(2 + q_j)} \qquad / - \frac{Q_i}{(2 + q_i)\cdot(2 + q_j)} /$$

$$Q_i - \frac{Q_i}{(2+q_i)\cdot(2+q_j)} = \frac{(\theta_t - c_i)\cdot(2+q_j) - (\theta_t - c_j)}{(2+q_i)\cdot(2+q_j)}$$

$$\frac{Q_i \cdot [(2+q_i)\cdot(2+q_j) - 1]}{(2+q_i)\cdot(2+q_j)} = \frac{(\theta_t - c_i)\cdot(2+q_j) - (\theta_t - c_j)}{(2+q_i)\cdot(2+q_j)} \qquad /\cdot \frac{(2+q_i)\cdot(2+q_j)}{[(2+q_i)\cdot(2+q_j) - 1]}/$$

Rovnovážny objem produkcie oboch firiem nachádzajúcich sa v Cournotovej-Nashovej rovnováhe má výsledný tvar

$$Q_i^* = \frac{(\theta_t - c_i)\cdot(2+q_j) - (\theta_t - c_j)}{(2+q_i)\cdot(2+q_j) - 1}. \tag{3.6.8}$$

V prípade, že by sa firma i stala vo výskumnej fáze R & D priekupníkom novej technológie a rozhodla sa ju podporiť kapitálovou investíciou ($K_i > 0$), pričom jej konkurenčná firma by ju investíciou nenasledovala ($K_j = 0$), zredukovala by tým svoje náklady c_i pod úroveň nákladov konkurenta c_j a potom by jej rovnovážny objem produkcie prevyšoval výstup konkurenčnej spoločnosti ($Q_i^* > Q_j^*$). Keď pre zjednodušenie položíme $q_i = q_j = q = 0$, potom objem produkcie firmy i v nesymetrickej Cournotovej-Nashovej rovnováhe bude mať podobu $Q_i^* = \frac{1}{3}(\theta_t - 2c_i + c_j)$. Konkrétne, ak by napríklad firma A kapitálovou investíciou zredukovala svoje variabilné náklady na nulu ($c_A = 0$), potom objem rovnovážneho výstupu oboch firiem bude vo vzťahu $Q_A^* = \frac{1}{3}(\theta_t + c_B) > \frac{1}{3}(\theta_t - 2c_B) = Q_B^*$.

Aj ďalej predpokladajme, že $q_i = q_j = q = 0$, potom spätnou substitúciou funkcie rovnovážneho výstupu Q_i^* (vzťah 3.6.8) do rovnice zisku π_i (vzťah 3.6.3) a následne do funkčnej formy hodnoty projektu V_i (vzťah 3.6.4) dostávame vzťah

$$V_i = \frac{\pi_i}{k} = \frac{\left[(\theta_t - c_i) - \frac{\theta_t - 2c_j + c_i}{3}\right]\cdot\frac{\theta_t - 2c_i + c_j}{3} - \left(\frac{\theta_t - 2c_i + c_j}{3}\right)^2}{k} =$$

$$= \frac{\left[\frac{2\cdot(\theta_t - 2c_i + c_j)}{3}\right]\cdot\frac{\theta_t - 2c_i + c_j}{3} - \frac{(\theta_t - 2c_i + c_j)^2}{9}}{k}.$$

Výsledná hodnota projektu firmy $i, (i = A, B)$ v prípade Cournotovej-Nashovej rovnováhy má potom tvar

$$V_i^* = \frac{\left(\mathrm{\theta_t - 2c_i + c_j}\right)^2}{\mathrm{9k}}. \tag{3.2.9}$$

Teraz uvažujme, že inovátorská firma nevyužije svoju strategickú výhodu a teda nebude investovať do novej technológie v priebehu R & D fázy ($K_i = 0$). Potom realizujú obe firmy až vstupnú investíciu do projektu I, a to súčasne počas komercializačnej fázy. V takomto prípade Cournotova-Nashova rovnováha bude rezonovať symetrický výstupom oboch firiem ($Q_A^* = Q_B^*$). Postup odvodenia rovnováh zostáva identický ako v predchádzajúcich dvoch prípadoch, menia sa len vstupné hodnoty parametrov c_i a q_i, ktoré vyplývajú zo symetricky realizovanej investície. Ak $c_A = c_B = c$, $q_A = q_B = q$, potom

$$Q_i^* = \frac{(\theta_t - c)}{(3 + q)} \tag{3.6.10}$$

a

$$V_i^* = \left(1 + \frac{1}{2}q\right) \cdot \frac{(\theta_t - c)^2}{(3 + q)^2 \cdot k}. \tag{3.6.11}$$

Ešte odvoďme rovnovážne množstvo produkcie a celkovú hodnotu projektu pri $c_A = c_B = c$, $q_A = q_B = q = 0$, potom

$$Q_i^* = \frac{1}{3} \cdot (\theta_t - c) \tag{3.6.12}$$

a

$$V_i^* = \frac{(\theta_t - c)^2}{9k}. \tag{3.6.13}$$

Načrtli sme tu viaceré schémy investovania. To kedy počas komercializačnej fázy, firma vynaloží investičné výdavky a vstúpi do projektu, záleží od vývoja dopytu, ktorý ovplyvňuje čistú súčasnú hodnotu vypočítanú podľa vzťahu 3.6.5. V opčnej terminológií sa jedná o opciu na odloženie zahájenia projektu. Aby bola NPV > 0, potom dosadením tejto podmienky do vzťahu 3.6.9 a jeho nasledovnou úpravou,

$$VH_t = max(V_t - I; 0). \tag{3.6.14}$$

$$\frac{(\theta_t - 2c_i + c_j)^2}{9k} - I \geq 0$$

$$\frac{(\theta_t - 2c_i + c_j)^2 - 9k \cdot I}{9k}$$

$$\geq 0 \qquad /\cdot 9k/ \qquad /\sqrt{}/$$

$$\theta_t - 2c_i + c_j - 3\sqrt{k \cdot I} \geq 0,$$

získavame

$$\theta_t \geq 3\sqrt{k \cdot I} + 2c_i - c_j. \tag{3.6.15}$$

Ak žiadna z firiem v priebehu R & D fázy nerealizuje kapitálovú investíciu ($K_i = K_j = 0$), budú obe firmy dosahovať zhodnú nákladovú úroveň ($c_i = c_j = c$) a teda budú aj symetricky prevádzať alebo odkladať svoje investičné aktivity v priebehu komercializačnej fázy na základe investičného odporučenia vyplývajúceho zo vzťahu 3.6.15. V prípade jednostrannej investičnej aktivity ($K_i > 0, K_j = 0$), ktorá sa prejaví v nesymetrickej výške variabilných nákladov ($c_i < c_j$), potom môže nastať situácia, že pri totožnej úrovni θ_t bude investícia I v priebehu komerčnej fázy pre firmu i rentabilná a preto sa na základe vzťahu 3.6.15 rozhodne investovať. Naproti tomu pre konkurenčnú spoločnosť j vplyvom jej vyšších variabilných nákladov by investícia vyvolala negatívnu NPV a preto sa firma j rozhodne neinvestovať ak

$$\theta_t < 3\sqrt{k \cdot I} + 2c_j - c_i. \tag{3.6.16}$$

V takomto prípade bude firma i zásobovať celý trh sama $Q_j = 0$ a získa monopolný zisk.[6] Dosadením $Q_j = 0$ do reakčnej rovnice 3.6.7 pri zachovaní predpokladu $q_i = 0$ získame množstvo produkcie, ktoré vyprodukuje monopolná firma

$$Q_i = \frac{\theta_t - c_i}{2 + q_i} \quad \text{ak} \quad Q_j = 0. \tag{3.6.17}$$

Monopolná firma môže profitovať z monopolnej ceny, ktorú si sama určí dosadením ňou produkovaného množstva Q_i do rovnice dopytu (vzťah 3.6.1)

[6] Za predpokladu nekonečnosti (steady state) poslednej fázy a nemožnosti opätovného návratu konkurencie.

$$P = \theta_t - \frac{\theta_t - c_i}{2 + q_i} = \frac{\theta_t \cdot (2 + q_i) - \theta_t + c_i}{2 + q_i},$$

po úprave

$$P = \frac{\theta_t \cdot (1 + q_i) + c_i}{2 + q_i}. \tag{3.6.18}$$

Pri monopolnom výstupe Q_i predávanom za monopolnú cenu P bude monopolista dosahovať celkovú hodnotu projektu[7]

$$V_i = \frac{(\theta_t - c_i)^2}{(4 + 2q_i) \cdot k} \quad \text{ak} \quad V_j = 0. \tag{3.6.19}$$

Ak počas komercializačnej fázy ako prvá investuje firma i a firma j odloží investíciu až na druhú periódu (I, D), potom firma j bude sledovať objem produkcie vodcovskej firmyQ_i stanovený pomocou jej reakčnej funkcie $R_j(Q_i)$ zo vzťahu 3.6.7. Stackelbergov líder i bude maximalizovať celkovú hodnotu projektu $V_i\left(Q_i, R_j(Q_i)\right)$ pomocou objemu produkcie Q_i, pričom dosiahne V_i, pri zjednodušení $q_i = q_j = 0$:

$$Q_i = \frac{(\theta_t - c_i) \cdot \left(2 + q_j\right) - \left(\theta_t - c_j\right)}{(2 + q_i) \cdot \left(2 + q_j\right) - 2} \tag{3.6.20}$$

a

$$V_i = \frac{\left(\theta_t - 2c_i + c_j\right)^2}{8k}. \tag{3.6.21}$$

Dosadením optimálneho množstva výstupu, ktoré vyprodukuje líder (vzťah 3.6.20) do reakčnej funkcie nasledovateľa z rovnice (3.6.7) odvodíme aj vzťah pre rovnovážny objem produkcie Stackelbergovho nasledovateľa Q_j ako celkovú rovnovážnu hodnotu V_j, pri zachovaní predpokladu $q_i = q_j = 0$:

$$Q_j = \frac{\theta_t - 3c_j + 2c_i}{4} \tag{3.6.22}$$

[7] Pri odvodení celkovej hodnoty projektu bolo postupované analogicky ako kvantifikácii vzťahu 3.6.9.

a

$$V_j = \frac{\left(\theta_t - 3c_j + 2c_i\right)^2}{16k}. \tag{3.6.23}$$

Ak by nasledovateľská firma akceptovala rovnovážne množstvo a celkovú hodnotu projektu, ktoré sú nižšie, než úroveň produkcie a dosiahnutá hodnota projektu vodcovskou firmou $(Q_j < Q_i, V_j < V_i)$, potom by V_j nepokryla počiatočné investičné výdavky I Stackelbergovho nasledovateľa a NPV_j by bola záporná za predpokladu nízkej úrovne dopytu

$$\theta_t < 4\sqrt{k \cdot I} + 2c_j - c_i \tag{3.6.24}$$

a teda by firma j nevstupovala do hry $(I = 0)$, čím by sa firme i zmenilo postavenie Stackelbergovho lídra na monopol. V takomto prípade by sa hodnota V_i neurčovala podľa vzťahu 3.6.21, ale firma i by dosahovala monopolního zisku z rovnice 3.6.19.

Nakoniec ešte prinášame tabuľku 3.6.1, ktorá sumarizuje potrebné vzťahy pre ocenenie investičného projektu pomocou opčného prístupu spojeného s teóriou hier.

Tabuľka 3.6.1 Súhrnný prehľad rovnovážnych vzťahov

Investičné rozhodnutie firmy (*A*,*B*)	Tržná štruktúra	Rovnovážne množstvo Q_i^*	Rovnovážny zisk π_i^*	NPV_i	Úroveň dopytu θ_t
rok 2 ($t = 2$)					
(DI,DI) (II,II)	Cournot-Nash (C)	$\frac{(\theta_t - c_i)\cdot(2+q_j) - (\theta_t - c_j)}{(2+q_i)\cdot(2+q_j) - 1}$	$\frac{(\theta_t - 2c_i + c_j)^2}{9}$	$\frac{(\theta_t - 2c_i + c_j)^2}{9k} - I$	$\geq 3\sqrt{k\cdot I} + 2c_i - c_j$
(DI,DD) (II,DD)	Monopolista (M)	$\frac{\theta_t - c_i}{2+q_i} \quad ak \ \ Q_j = 0$	$\frac{(\theta_t - c_i)^2}{4} \quad ak \ \ \pi_j \leq 0$	$\frac{(\theta_t - c_i)^2}{4k} - I$	$< 3\sqrt{k\cdot I} + 2c_j - c_i$
(II,DI)	Stackelbergov líder (S^L) / Monopolista (M)	$\frac{(\theta_t - c_i)\cdot(2+q_j) - (\theta_t - c_j)}{(2+q_i)\cdot(2+q_j) - 2}$	$\frac{(\theta_t - 2c_i + c_j)^2}{8}$	$\frac{(\theta_t - 2c_i + c_j)^2}{8k} - I$	$\geq 4\sqrt{k\cdot I} + 2c_j - c_i$ $< 4\sqrt{k\cdot I} + 2c_j - c_i$
(DI,II)	Stackelbergov nasledovateľ (S^F)		$\frac{(\theta_t - 3c_j + 2c_i)^2}{16}$	$\frac{(\theta_t - 3c_j + 2c_i)^2}{16k} - I$	$\geq 4\sqrt{k\cdot I} + 2c_j - c_i$
(DD, DD)	Opustiť (A)	0	0	0	
rok 1 ($t = 1$)					
(I, I)	Cournot-Nash (C)	$\frac{(\theta_t - c_i)\cdot(2+q_j) - (\theta_t - c_j)}{(2+q_i)\cdot(2+q_j) - 1}$	$\frac{(\theta_t - 2c_i + c_j)^2}{9}$	$\frac{(\theta_t - 2c_i + c_j)^2}{9k} - I$	
(I, D)	Monopolista (M) / Stackelbergov líder (S^L)	$\frac{\theta_t - c_i}{2+q_i}$	$\pi_m = \frac{(\theta_t - c_i)^2}{4}$	$\frac{p\cdot V_u^* + (1-p)\cdot V_d^*}{1+r} - I + \frac{\pi_m}{1+k}$	
(D, D) (D, I)	Defer (D)	0	0	$\frac{p\cdot NPV_u^* + (1-p)\cdot NPV_d^*}{1+r}$	

3.6.1 Postup ocenenia investičného projektu na báze opčného prístupu v kombinácií s teóriou hier

1. Zostrojenie rozhodovacieho (herného) stromu, ktorý zachytí všetky rozhodovacie situácie firiem na základe ich strategických priestorov vrátane informačných množín a vývoja náhodného parametra dopytu θ_t;
2. dopočítanie rizikovo neutrálnej pravdepodobnosti rastu a poklesu podľa vzťahu 3.4.1.12;
3. na základe vzniknutej tržnej štruktúry ovplyvnenej volenými stratégiami vybrať prislúchajúce vzťahy determinujúce NPV_i pre $t = 2$ zo sumarizujúcej tabuľky 3.6.1 a pomocou nich oceniť výplaty prislúchajúce jednotlivým firmám v koncových uzloch;
4. z takto ohodnotených profilov stratégií identifikovať dokonalé ekvilibriá vzhľadom na podhry;
5. rizikovo neutrálnou pravdepodobnosťou určiť stredné hodnoty rovnovážnych výplat podľa tabuľky 3.6.1 pre $t = 1$ a danú tržnú štruktúru;
6. opäť identifikovať dokonalé ekvilibriá vzhľadom na podhry;
7. určiť hodnotu základného typu projektu bez R & D investície ako rizikovo neutrálnu strednú hodnotu rovnovážnych strategických profilov podľa vzťahu 3.4.1.5;
8. ak bola realizovaná R & D investícia od NPV_i^* Base Case odpočítame K_i, čím získame hodnotu projektu vrátane patentovanej alebo zdieľanej R & D investície;
9. stanovíme investičné doporučenie, aký typ projektu realizovať (Base Case, patentovaná alebo zdieľaná investícia);
10. prevedieme citlivostnú analýzu vrátane dekompozície hodnôt NPV_i^*.

3.6.2 Priamy a strategický efekt z prijatia investície

Strategický efekt plynúci z realizácie R & D investície sa odvíja od typu tejto investície a konkurenčného prostredia. Ako už bolo spomenuté, reakčné krivky ako východiskový mechanizmus rozhodovania sa firiem v duopolnej štruktúre majú negatívny sklon, čím je jednoznačne určený typ konkurenčného prostredia na Contrarian (viz. Tabuľka 3.6.2.1). V tomto prípade si obe firmy konkurujú prostredníctvom zvoleného množstva produkcie. Ďalej je pre budúcu hodnotu projektu rozhodujúce, aký typ R & D investície inovátorská firma realizuje, čo určí spôsob rozdelenia benefitov (nižších variabilných nákladov počas výrobnej fázy). Ak firma A vynaloží kapitálové výdavky K_A do novej technológie, potom prínosy z tejto investícií si môže ochrániť pred konkurenciou prostredníctvom patentu, v dôsledku čoho získa A pozitívny strategický efekt alebo môže sprístupniť efektívnejšiu technológiu aj firme B, pričom zníženie nákladov u oboch firiem a fakt, že R & D investíciu financuje iba firma A, vyústi v negatívny strategický efekt.

Tabuľka 3.6.2.1 Konkurenčné prostredie a k nemu prislúchajúci strategický investičný efekt

	Konkurencia	
	Contrarian (negatívny reakčný sklon/ strategické substitúty) Konkurencia založená na objeme výroby	**Reciprocating** (pozitívny reakčný sklon/ strategické komplementy) Cenová konkurencia
Tought Patentovaná investícia (hurt competition)	**committing and offensive** Okamžitá investícia *(pozitívny strategický efekt)* Monopol alebo Cournot-Nashova konkurencia	**flexible and inoffensive** Odloženie vstupu do projektu *(negatívny strategický efekt)* Nashova cenová konkurencia
Priekupník (Pionner)		
Accommodating Zdieľaná investícia (benefit competition)	**flexible and offensive** Odloženie vstupu do projektu *(negatívny strategický efekt)* Cournot-Nashova konkurencia	**committing and inoffensive** Okamžitá investícia *(pozitívny strategický efekt)* Vzájomné prispôsobovanie sa lídra a nasledovateľa alebo Nashova cenová konkurencia

Zdroj: Smit, Trigeorgis (2004, str.256)

Ako z predchádzajúcej tabuľky vyplýva, hodnota investičného projektu sa skladá zo vzájomne ovplyvňujúceho mixu hodnoty flexibility (využitia opcie na odloženie zahájenia projektu) a strategickej hodnoty rozhodnutia priať projekt okamžite bez využitia opcie (commitment value).

Strategická (rozšírená) čistá súčasná hodnota investičného zámeru sa teda rovná,

$$NVP^* = [priama\ (statická\ NPV) + strategická\ hodnota] +\ hodnota\ flexibilty, \quad (3.6.2.1)$$

pričom hodnota záväzku okamžitej realizácie projektu (commitnet value) pozostáva z priameho a strategického efektu:

$$\frac{dV_A}{dK_A} = \frac{\partial V_A}{\partial K_A} + \frac{\partial V_A}{\partial \alpha_B} \cdot \frac{d\alpha_B^*}{dK_A} \tag{3.6.2.2}$$

alebo

$$\frac{dV_B}{dK_A} = \frac{\partial V_B}{\partial K_B} + \frac{\partial V_B}{\partial \alpha_A} \cdot \frac{d\alpha_A^*}{dK_B}, \tag{3.6.2.3}$$

kde K_A sú kapitálové výdavky na realizáciu R & D investície počas prvej fázy, $\alpha_i^*(K_A)$ predstavuje optimálnu (*) akciu (odpoveď) firmy i na kapitálovú investíciu(K_A) a (V_i) je súčasná hodnota zisku π_i pre firmu i za predpokladu K_A a optimálnej reakcie oboch firiem.

Priamy efekt (Direct Strategic Effect) určíme ako hodnotu projektu po R & D investícii (patentovaná alebo zdieľaná) mínus hodnota projektu v základnom tvare, za predpokladu konštantnej (nemennej) reakcie konkurenta. Inými slovami priamy efekt predstavuje prírastok hodnoty z patentovanej alebo zdieľanej investície oproti Base Case, ak reakcia konkurencie zostane nezmenená.

Strategický reakčný efekt (Strategic Reaction Effect) predstavuje nepriamy účinok na zmenu hodnoty projektu pre firmu A po realizácii R & D investície, v závislosti od produkčného rozhodnutia konkurenčnej firmy B (dV_B/dK_A). Reakčný efekt teda reprezentuje účinok konkurenčnej reakcie na hodnotu zisku novátorskej firmy v danej tržnej štruktúre.

Strategická hodnota vyplývajúca zo zabránenia vstupu konkurencie na trh (Strategic Preeption Value) je hodnota odstrašenia vstupu konkurencie plynúca zo zmeny tržnej štruktúry, z Nashovej rovnováhy dosahujúcej v Bace Case na Stackelbergovho lídra alebo Monopolistu vplyvom strategickej investície R& D. V taktom prípade K_A vplyvom patentovanej investície (hurt competition) bude mať negatívny vplyv na hodnotu projektu pre firmu B $(NPV_B < 0)$ a tá radšej využije opciu na odloženie zahájenia projektu, pretože platí

$$\frac{dV_B}{dK_A} < 0. \tag{3.6.2.4}$$

Na to, aby firma A zvolila zdieľaný typ R & D investície (benefit competition), musí platiť

$$\frac{dV_A}{dK_A} > 0. \tag{3.6.2.5}$$

4 Aplikácia reálnych opcií v kombinácii s teóriou hier

V nasledujúcej kapitole si overíme a aplikujeme ocenenie pomocou reálno-opčnej metodológie pri zohľadnení vzájomnej interakcii ťahov jednotlivých firiem, ktoré popisuje teória hier. Konkrétne si uvedieme príklad pivovarníckeho trhu na Slovensku.

4.1 Pivovarnícky trh na Slovensku

Na slovenskom trhu pôsobia dva nadnárodné pivovarnícke koncerny. Holandský Heineken a juhoafricko-americká skupina SAB Miller (South Africa Beverages). Tieto dve spoločnosti, s výnimkou drobných nezávislých pivovarov so zanedbateľným tržným vplyvom, tvoria celú tržnú ponuku tohto sladového nápoja na Slovensku. My sa však nebudeme zaoberať samotnou produkciou, ale zameriame sa oblasť distribúcie. Koncern SAB Miller ako jediný na Slovensku rozváža svoje nápoje priamou formou distribúcie až ku zákazníkovi. Nepoužíva teda žiadne externé veľkosklady, ale expeduje z vlastných oblastných distribučných centier rovnomerne rozmiestených na území Slovenska. Tu však distribúcia pivovaru končí a na samotnú prepravu ku konečnému zákazníkovi, vyloženie tovaru a naloženie prázdnych vratných obalov si SAB Miller výberovým konaním vybral dve prepravné spoločnosti, medzi ktoré rozdelil približne rovnako veľkú distribučnú oblasť.

Vybrané dopravné firmy, Slovenská Logistická s.r.o. a CS CARGO Slovakia a.s. za týmto účelom obstarali nákladné vozidlá DAF LF 55 so špeciálnou úpravou pre nápojový segment: Nižšie položená ložná plocha uľahčujúca ručnú manipuláciu s tovarom u zákazníka, celková nosnosť 10,8 t s možnosťou uloženia až 18 paliet tovaru pre jednoduchšie rozloženie piva podľa jednotlivých druhov a značiek, prístupnosť k nákladu z 3 troch strán vozidla a reklamné označenie podľa požiadaviek pivovaru robí z týchto nákladných automobilov nápojové špeciály, ktoré sú na Slovensku vlastnené iba firmami Slovenská Logistická s.r.o. a CS CARGO Slovakia a.s. Z tohto dôvodu nemožno považovať ani univerzálne miestne veľkosklady poskytujúce rozvoz tovaru pre Heineken a.s. za konkurenciu našim dvom dopravným firmám, nakoľko tie vzhľadom na ich vozový park, prepravné kapacity a spôsob logistiky nápojov sú značné diferencované. Vzhľadom na túto skutočnosť *tvoria spoločnosti Slovenská Logistická s.r.o. a CS CARGO Slovakia a.s. duopolnú tržnú štruktúru v segmente distribúcie nápojov, špeciálne piva*.

4.2 Popis investičného zámeru

PIVOVARY TOPVAR a.s. zatupujúce koncern SAB Miller na Slovensku na základe analýzy a predikcie dopytu spotreby piva vlastných značiek usúdil, že pre obdobie nasledujúcich dvoch rokov bude potrebné navýšenie prepravných kapacít spoločností, ktoré pre neho realizujú distribúciu piva ku zákazníkovi.

Pre jednoduchosť označme nami spomínané dve logistické spoločnosti v poradí písmenami A (Slovenská Logistická s.r.o.) a B (CS CARGO Slovakia a.s.). Obe stoja pred zhodným investičným zámerom rozšírenia vozového parku o 15 nákladných automobilov, s čím je spojené vynaloženie investičných výdavkov I na nákup automobilov. Svoju investíciu môžu realizovať v dvoch základných fázach.

V prvej fáze ($t = 0$) prebieha implementácia novej technológie, ktorá jej výsledkom výskumnej činnosti (R & D). Využitie novej technológie si vyžaduje kapitálovú investíciu K. Efektívnejšia technológia následne prináša úsporu variabilných nákladov počas druhej fázy projektu. Podľa toho, či boli výsledky výskumu patentované alebo nie, má právo využívať novú technológiu a tým aj profitovať z nižších nákladov buď len vlastník licencie (Proprietary Benefits of R & D Investment) alebo ak nie je výsledná technológia patentovaná, potom hovoríme o tzv. zdieľaných výsledkoch výskumnej investície (Share Benefits of R & D Investment).

Počas druhej komercializačnej fázy sa obe firmy majú možnosť rozhodnúť, či vstúpia do projektu, t.j. realizujú nákupnú investíciu vo forme nových automobilov (I) alebo využijú opciu na odloženie zahájenia projektu a teda zvolia možnosť Defer (D). Svoje rozhodnutie činia dva krát ($t = 1{,}2$), pretože po dvoch rokoch sa predpokladá ustálená tržná štruktúra s nekonečným dlhým trvaním (infinite steady state), pričom pri svojom rozhodnutí zohľadňujú ako úroveň dopytu θ_t, ktorého vývoj v čase je charakterizovaný diskrétnym multiplikatívnym binomickým procesom s koeficientmi rastu u, respektíve poklesu d, tak aj reakciu ich konkurenta (I alebo D), ktorú pri svojom rozhodnutí vopred poznajú, pretože sa rozhodujú postupne (sekvenčne) za sebou. Po skončení druhého roku sa predpokladá, že takto utvorené tržné štruktúry vyplývajúce so vzájomnej interakcie investovania alebo odloženia investície sa už viacej nemenia a trvajú nekonečne dlhú dobu.

Všetky vstupné parametre sumarizuje nasledujúca tabuľka 4.2.1.

Tabuľka 4.2.1 Vstupné údaje

Názov	Označenie	Hodnota
Kapitálová investícia do novej technológie (R & D Investment)	K	75 tis. €
Investičné výdavky na zahájenie projektu	I	680 tis. €
Náhodný parameter dopytu ($t = 0$)	θ_0	43 tis. km
Koeficient rastu	u	1,25
Koeficient pokles	d	0,8
Bezriziková sadzba	r	4%
Náklady kapitálu	k	14,5%
Variabilné náklady	**Firma $\boldsymbol{A}$ $(\boldsymbol{c_A})$**	**Firma $\boldsymbol{B}$ $(\boldsymbol{c_B})$**
Základný typ projektu bez R & D investície	16 tis. € / tis. km	16 tis. € / tis. km
Patentovaná investícia R & D	12 tis. € / tis. km	16 tis. € / tis. km
Zdieľaná investícia R & D	12 tis. € / tis. km	12 tis. € / tis. km

4.3 Aplikácia investičného rozhodovania v koncepcii teórie hier ocenené opčnou metodológiou

4.3.1 Základný typ projektu bez R & D investície

Na začiatok je potrebné tento druh investičnej hry spojený s opciou na odloženie zahájenia projektu zachytiť pomocou herného stromu tak, ako to znázorňuje obrázok 4.3.1.1, pričom popri vzájomnej interakcii oboch firiem pri voľbe svojich rozhodnutí nesmieme zabudnúť vyjadriť aj náhodný vývoj dopytu ako podkladové aktíva, ktoré sa vyvíjajú podľa geometrického Brownovho procesu. Rozhodovací strom je rozdelený na dve fázy, výskumnú (R & D) a komercializačnú. V tomto základnom tvare (Base Case) investičného zámeru žiadna z firiem nevykonávala výskum počas prvej fázy a z tohto dôvodu ani neuvažujeme so žiadnou R & D investíciou, čo má za následok symetriu vo variabilných nákladoch oboch firiem $(c_A = c_B = 16)$ a tým aj rovnakú výplatnú funkciu v symetrických tržných štruktúrach.

Skôr než pristúpime k samotnému oceneniu investičného zámeru, dopočítame si najskôr rizikovo neutrálnu pravdepodobnosť zo vzťahu 3.4.1.12, ktorú následne využijeme pri stanovení NPV v prvej fázy,

$$p = \left[\frac{(1 + r - \delta)^{dt} - d}{u - d}\right] = \frac{\left(1 + 0{,}04 - \frac{0{,}145}{1 + 0{,}145}\right) - 0{,}8}{1{,}25 - 0{,}8} = 0{,}25,$$

potom následne $(1 - p) = 0{,}75$.

Prejdime teraz na druhú komercializačnú fázu, konkrétne na koncové uzly hry. Tie znázorňujú výplaty oboch hráčov, ktoré dopočítame pomocou sumarizujúcej tabuľky 3.6.1 Z tabuľky pre obdobie druhého roku si podľa konkrétnych investičných rozhodnutí (I alebo D) a ich vzájomných kombinácií pre firmy A a B vyberieme k nim prislúchajúci vzťah pre výpočet NPV a dopočítame hodnoty výplatných funkcií vo všetkých koncových uzloch. Výpočet si priblížime na koncovom uzle, nachádzajúcom sa ako prvý zľava v čiarkovanom obdĺžniku č. 1 s výplatou (1579, 449). Najskôr identifikujeme uplynulé volené stratégie (cestu v hernom strome), ktoré vyústili až do tohto koncového uzla, konkrétne teda (II, DI), pričom II je zvolená stratégia firmy A a DI sú rozhodnutia B. Teraz určíme výplatu pre A, tak že v tabuľke 3.6.1 nájdeme pre investičné rozhodnutie (II, DI) vzťah pre výpočet NPV:

$$\mathrm{NPV_A} = \frac{\left(\theta_t - 2c_i + c_j\right)^2}{8k} - \mathrm{I} = \frac{(\mathrm{u} \cdot \mathrm{u} \cdot \theta_0 - 2c_a + c_b)^2}{8k} =$$

$$= \frac{(1{,}25 \cdot 1{,}25 \cdot 43 - 2 \cdot 16 + 16)^2}{8 \cdot 0{,}145} - 680 = 1579.$$

Pre firmu B budeme postupovať analogicky, len si musíme dať pozor, lebo zvolené stratégie musíme prehodiť, pretože na prvom mieste vždy uvádzame stratégiu, ktorú volí oceňovaná firma, t.j pre B platí (DI, II) v porovnaní s (II, DI), keď sme počítali $\mathrm{NPV_A}$. Po vyhľadaní príslušného vzorca na určenie $\mathrm{NPV_B}$ sa nám táto substitúcia potvrdí, pretože vidíme, že keď A investovala skôr a je označená ako Stackelbergov líder, tak B, keď investuje až v druhom roku, logicky musí byť Stackelbergov nasledovateľ.[8] Teraz však musíme rovnako vymeniť

[8] Ak by sa však dopyt vyvíjal tak nepriaznivo, že by výplata prislúchajúca Stackelbergovmu nasledovateľovi naberala záporné hodnoty, potom by nasledovateľská firma radšej na trh nevstúpila a tržná štruktúra by sa zmenilana jedinú monopolnú firmu, ktorá bola pôvodne Stackelbergovým lídrom.

index variabilných nákladov, čo sa ukáže ako rozhodujúce pre výpočet NPV v najmä ďalšom prípade (patentovaná investícia), kedy náklady oboch firiem už nebudú symetrické. Činíme tak z predchádzajúcej substitúcie stratégie, pretože ako môžeme vidieť, tabuľka 3.6.1 vždy popisuje situáciu z pohľadu firmy A (ľavý horný roh – investičné rozhodnutie (A, B), avšak my momentálne určujeme NPV plynúce firme B a teda (B, A).

$$\mathrm{NPV_A} = \frac{\left(\theta_t - 3c_j + 2c_i\right)^2}{16k} - \mathrm{I}$$

$$\mathrm{NPV_B} = \frac{\left(\theta_t - 3c_i + 2c_j\right)^2}{16k} - \mathrm{I} = \frac{(u \cdot u \cdot \theta_0 - 3c_a + 2c_b)^2}{16k} - \mathrm{I} =$$

$$= \frac{(1{,}25 \cdot 1{,}25 \cdot 43 - 3 \cdot 16 + 2 \cdot 16)^2}{16 \cdot 0{,}145} - 680 = 449.$$

Potom ako vyššie uvedeným spôsobom dopočítame výplaty vo všetkých koncových uzloch, je potrebné identifikovať jednotlivé dokonalé ekvilibriá vzhľadom na podhry pomocou Bellmanovho princípu spätnej indukcie popísaného v časti 2.6, ktoré vyznačíme tučným písmom. Tento postup si aplikujeme na vybraných skupinách podhier zvýraznených čiarkovaným obdĺžnikom v obrázku 4.3.1.1. Obdĺžnik č. 1 znázorňuje situáciu, kedy iba firma B zvažuje svoje rozhodnutie či vstúpiť do projektu (nakúpiť automobily) alebo investíciu odložiť a to hneď v dvoch identických podhrách, ktoré sa líšia úrovňou dopytu ($u \cdot u \cdot \theta_0$ alebo $u \cdot d \cdot \theta_0$). Firma A sa už v druhom roku nerozhoduje, pretože opciu na odloženie zahájenia projektu nevyužila a investovala do nákupu automobilov hneď v prvom roku. Firma B hľadá optimálnu reakciu na investičné rozhodnutie A, t. j. za daných okolností vyberá maximu z hodnôt 449 a 0 v prípade rastu dopytu, respektíve maximu z -336 a 0 pre pokles dopytu. Z tohto rozhodovacieho algoritmu teda plynú dve ekvilibriá. V prípade $u \cdot u \cdot \theta_0$ firma B investuje (I), pre prípad poklesu θ odkladá (D). B sa následne stáva Stackelbergovým nasledovateľom (S_F) firmy A a v druhom prípade A zaujíma monopolné postavenie na trhu (M), pretože B nevstúpi ani v poslednom (druhom) roku hry.

Ekvilibriá v podhrách onačené druhým obdĺžnikom vyriešime rovnakým spôsobom, len s tým rozdielom, že sa v tomto momente rozhoduje firma A. Výsledkom je opäť postavenie Stackelbergovho nasledovateľa pre firmu A a monopolný trh firmy B.

Komplexnejšiu rozhodovaciu situáciu znázorňuje obdĺžnik č. 3, v ktorom volia svoje stratégie obe firmy, nakoľko v prvom roku zhodne využili opciu na odloženie zahájenia projektu a teda neinvestovali (D, D). Ako prvá je na ťahu firma A, ktorá si však nevyberá maximum z jej výhier, pretože jej výplata je rovnako determinovaná nielen svojim rozhodnutím, ale rovnako aj rozhodnutím B, ktoré však nasleduje až v druhej sekvencii po A. Preto musíme uvažovať spätnou indukciou nasledovne. Ak A zvolí I, potom B sa rozhoduje max(1328; 0), t.j. A vie, že firma B bude investovať, čo prinesie A hodnotu 1328. Rovnaký rozhodovací proces aplikujeme aj pre prípad, kedy A odloží investíciu. B potom vyberá maximálnu hodnotu spomedzi 3038 a 0, t.j volí I, čo by vyústilo v nulovú výplatu pre firmu A. Takýmto spôsobom A identifikovala investičné preferencie B, na základe ktorých volí max(1328; 0). Je teda jasné, že v prípade rastu dopytu vznikne Cournot-Nashova tržná štruktúra (DI, DI), ktorá je zároveň dokonalým ekvilibriom vzhľadom na podhru. Overiť si to môžeme elimináciou dominovaných stratégií. Vidíme, že A má v prípade rastu dopytu dominantnú stratégiu investovať (1328 > 0 a 3838 > 0), t.j. stratégiu D môžeme z hry vylúčiť, pretože nebude pri akomkoľvek ťahu B voliť D. Pre firmu B potom podobne I predstavuje dominantnú stratégiu (1328 > 0), takže po vylúčení D, zostáva jediná rovnovážna kombinácia stratégií DI, DI.

Obdobne pre prípad $u \cdot d \cdot \theta_0$, B vyberá max(-121; 0) a max(577; 0), na základe čoho sa firma A rozhoduje max(577; 0). Potom prípad poklesu dopytu utvorí monopolný trh, pretože v druhom roku sa rozhodne investovať iba A a B svojím druhým odložením odchádza z trhu (DI, DD). Analogicky určíme rovnovážne stratégie aj v ostatných podhrách v zostávajúci koncových uzlov.

Teraz, keď máme stanovenú NPV pre všetky konečné uzly v druhom roku, pristúpime k ohodnoteniu uzlov v predchádzajúcom období ($t = 1$). Postup si ukážeme na prvých dvoch uzloch v čiarkovanom obdĺžniku č. 4. Začnime Cournotovov-Nashovov rovnovážnou štruktúrou (C). Ak vidíme tento uzol (C) je triviálny (konečný), hoci sa jedná o prvý rok komercializačnej fázy. Je to zapríčinené nevyužitím opcie na odloženie zahájenia projektu oboma firmami, ktoré zhodne zvolili I, I. V tomto prípade obe firmy realizujú prepravu piva od začiatku druhej fázy a vzhľadom na definíciu Nashovej rovnováhy (podkapitola 2.6) by im akákoľvek odchýlka od tejto stratégie spôsobila ujmu na zisku. Na základe zvolenej stratégie I, I, vyberáme z tabuľky 3.6.1 nasledovný vzťah, ktorým oceníme tentoraz naraz obe firmy, pretože ich zvolená stratégia je symetrická (I, I) a rovnako aj náklady majú obe firmy rovnaké.

Ak by jedna z týchto podmienok neplatila, museli by sme postupovať v substitúcii indexov variabilných nákladov obdobne, ako sme to prevádzali vyššie.

$$\mathrm{NPV_A} = \mathrm{NPV_B} = \frac{\left(\theta_t - 2c_i + c_j\right)^2}{9k} - \mathrm{I} = \frac{(u \cdot \theta_0 - 2c_A + c_B)^2}{9k} - \mathrm{I} =$$

$$= \frac{(1{,}25 \cdot 43 - 2 \cdot 16 + 16)^2}{9 \cdot 0{,}145} - 680 = 412.$$

V prípade ocenenia druhého uzla v obdĺžniku č. 4. postupujeme nasledovne. Z pohľadu firmy A sa nachádzame v uzle nasledujúcom po stratégii I, D, k čomu podľa tabuľky 3.6.1 priradíme vzťah,

$$\mathrm{NPV_A} = \frac{p \cdot V_u^* + (1-p) \cdot V_d^*}{1+r} - I + \frac{\pi_m}{1+k} =$$

$$= \frac{0{,}25 \cdot (1579 + 680) + \ 0{,}75 \cdot (577 + 680)}{1 + 0{,}04} - 680 + \frac{\frac{(1{,}25 \cdot 43 - 16)^2}{4}}{1 + 0{,}145} = 1082.$$

Môžeme si všimnúť hodnotu výplaty pre firmu A, ktorá investuje ako prvá, pričom B zatiaľ na trh nevstúpil, (D) je rovná rizikovoneutrálnej strednej hodnote projektu vypočítanej z rovnovážnych stratégií v nasledujúcom období zvýšenej o monopolný zisk. Výplatu firmy B, ktorá z jej pohľadu volí stratégiu D,I určíme zo vzťahu,

$$\mathrm{NPV_B} = \frac{p \cdot NPV_u^* + (1-p) \cdot NPV_d^*}{1+r} = \frac{0{,}25 \cdot 449 + 0{,}75 \cdot 0}{1 + 0{,}04} = 109.$$

V tomto prípade je vzťah z tabuľky 3.6.1 totožný so vzťahom 3.4.1.5, ktorý určuje cenu európskej call opcie za predpokladu, že stotožníme výplaty prislúchajúce jednotlivým firmám v druhom roku s cenou opcie na odloženie zahájenia projektu.

Obdobným postupom dopočítame výhry v zostávajúcich uzloch v prvom roku, z ktorých procesom spätnej indukcie identifikujeme dokonalé ekvilibriá vzhľadom na podhry, konkrétne pre prípad rastu θ je stratégia I, I s prislúchajúcou symetrickou výplatou (412, 412), v prípade poklesu dopytu potom stratégia D, D s výplatou (140, 0).

Nakoniec nám zostáva už len určiť hodnotu projektu v čase nula, ktorú vypočítame ako strednú hodnotu ekvilibriových výplat oboch hráčov pre prípad rastu, respektíve poklesu dopytu vážený rizikovoneutrálnou pravdepodobnosťou,

$$\mathrm{NPV}_{\mathrm{A}}^{*} = \frac{p \cdot NPV_{u}^{*} + (1-p) \cdot NPV_{d}^{*}}{1+r} = \frac{0{,}25 \cdot 412 + 0{,}75 \cdot 140}{1+0{,}04} = 200,$$

$$\mathrm{NPV}_{\mathrm{B}}^{*} = \frac{p \cdot NPV_{u}^{*} + (1-p) \cdot NPV_{d}^{*}}{1+r} = \frac{0{,}25 \cdot 412 + 0{,}75 \cdot 0}{1+0{,}04} = 100.$$

Aby sme určili cenu opcie na odloženie zahájenia projektu, musíme najskôr dopočítať cenu projektu bez flexibilných zásahov, teda prípad, kedy žiadna z firiem nemá možnosť voliť stratégiu D a obe firmy nakúpia hneď v prvom roku automobily (I, I), podľa vzťahu 3.4.1.5:

$$\mathrm{NPV}_{\mathrm{A}} = \mathrm{NPV}_{\mathrm{B}} = \frac{p \cdot NPV_{u}^{*} + (1-p) \cdot NPV_{d}^{*}}{1+r} = \frac{0{,}25 \cdot 412 + 0{,}75 \cdot -421}{1+0{,}04} = -203.$$

Následne pomocou vzťahu 3.5.1.3 dopočítame cenu opcie na odloženie zahájenia projektu (c^{D}) pre firmu A, respektíve B,

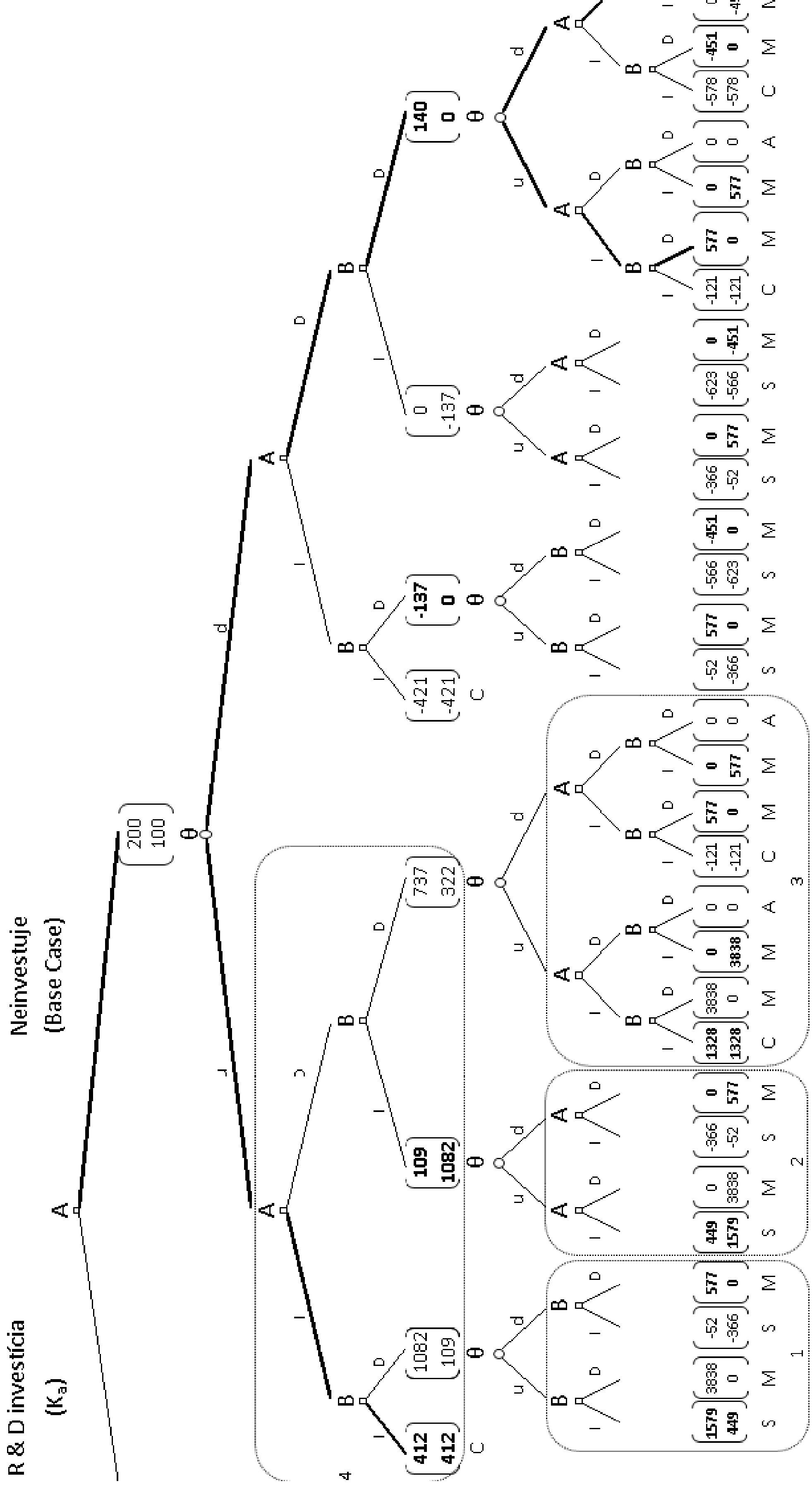
$$c_{A}^{D} = \max(NPV_{A}^{*}; 0) = NPV_{s\ opciou} - NPV_{bez\ opcie} = 200 - (-203) = 403,$$

$$c_{B}^{D} = \max(NPV_{B}^{*}; 0) = NPV_{s\ opciou} - NPV_{bez\ opcie} = 100 - (-203) = 303.$$

Z uvedených výsledkov vyplýva, že ani jedna firma by projekt neprijala, keby hodnotila jeho rentabilitu pomocou metódy NPV bez možnosti flexibilných zásahov, s využitím reálnej opcie na odloženie zahájenia projektu sa však NPV stáva kladnou a teda odporúča sa investičný zámer priať.

Na záver ešte na obrázku 4.3.1.1 prinášame herný strom základného typu investičného projektu bez R & D investície s úplne dopočítanými výplatami a s hrubo vyznačenou ekvilibriovou cestou, ktorá vysvetľuje, ktoré ťahy determinujú konečný celkový výsledok.

Obrázok 4.3.1.1 Herný strom základného projektu bez R & D investície (Base Case)



A alebo *B* (□) znázorňuje rozhodnutie investovať (I) alebo odložiť(D) firmy *A* alebo *B*. θ (o) reprezentuje úroveň dopytu, ktorý sa vyvíja podľa binomického procesu s indexom rastu *u* a poklesu *d*.

C: Cournotova-Nashova tržná štruktúra;

S: Stackelbergov líder (S_L) alebo Stackelbergov nasledovateľ (S_F);

A: Opustiť projekt (Abandon), ($NPV = 0$);

D.: Odložiť vstup do projektu (Defer) s ponechaním si práva flexibilne sa rozhodnúť v nasledovnom období.

4.3.2 Patentovaná R & D investícia

V tomto prípade firma A realizuje počas prvej fázy R & D investíciu do novej technológie spočívajúcej v montáži dodatočnej výbavy pre nakupované nákladné automobily. Konkrétne sa jedná o montáž hydraulického čela, ktoré uľahčí manipulovanie najmä s ťažkými pivovými sudmi a druhou inováciou je inštalácia mobilnej jednotky Lupus, ktorá zabezpečí GPS navigáciu vozidla ku zákazníkom. Výsledkom implementácie novej technológie je úspora variabilných nákladov z pôvodnej úrovne 16 na hodnotu c_A =12, ktorá je vyvolaná úsporou času pri manipulácií s tovarom a ušetrenými najazdenými kilometrami pri pôvodnom hľadaní sídla prevádzky zákazníka. Keďže sa jedná o patentovanú investíciu, profitovať z toho môže len firma A, pričom B bude aj naďalej rozvážať pivo pri pôvodnej výške variabilných nákladov $c_B = 16$.

Postup výpočtu hodnoty projektu je totožný ako v predchádzajúcom prípade. Opäť začíname v koncových uzloch stromu, ktoré oceníme na základe volených stratégií firiem a k nim prislúchajúcich vzťahov determinujúcich čistú súčasnú hodnotu. Je však nevyhnutné rozlišovať z pohľadu ktorej firmy oceňujem jej výplatu a tomu prispôsobiť indexy variabilných nákladov ($c_A = 12$ alebo $c_B = 16$) v používaných vzťahoch, tak ako to bolo vysvetlené v základnom type investičného projektu. Následne identifikujeme dokonalé ekvilibriá vzhľadom na podhry a zvýrazníme ich tučne. Tento proces opakujeme aj pre obdobie prvého roku. Keď oceníme jednotlivé uzly rozhodovacieho stromu v prvom roku a spomedzi nich určíme rovnovážne stratégie, potom celkovú hodnotu projektu pre firmu A vrátane zohľadnenia kapitálových výdavkov na implementáciu novej technológie K_A určíme nasledovne:

$$\mathrm{NPV}_{\mathrm{A}}^{*} = \frac{p \cdot NPV_u^* + (1-p) \cdot NPV_d^*}{1+r} - K_A = \frac{0{,}25 \cdot 924 + 0{,}75 \cdot 130}{1 + 0{,}04} - 75 = 242,$$

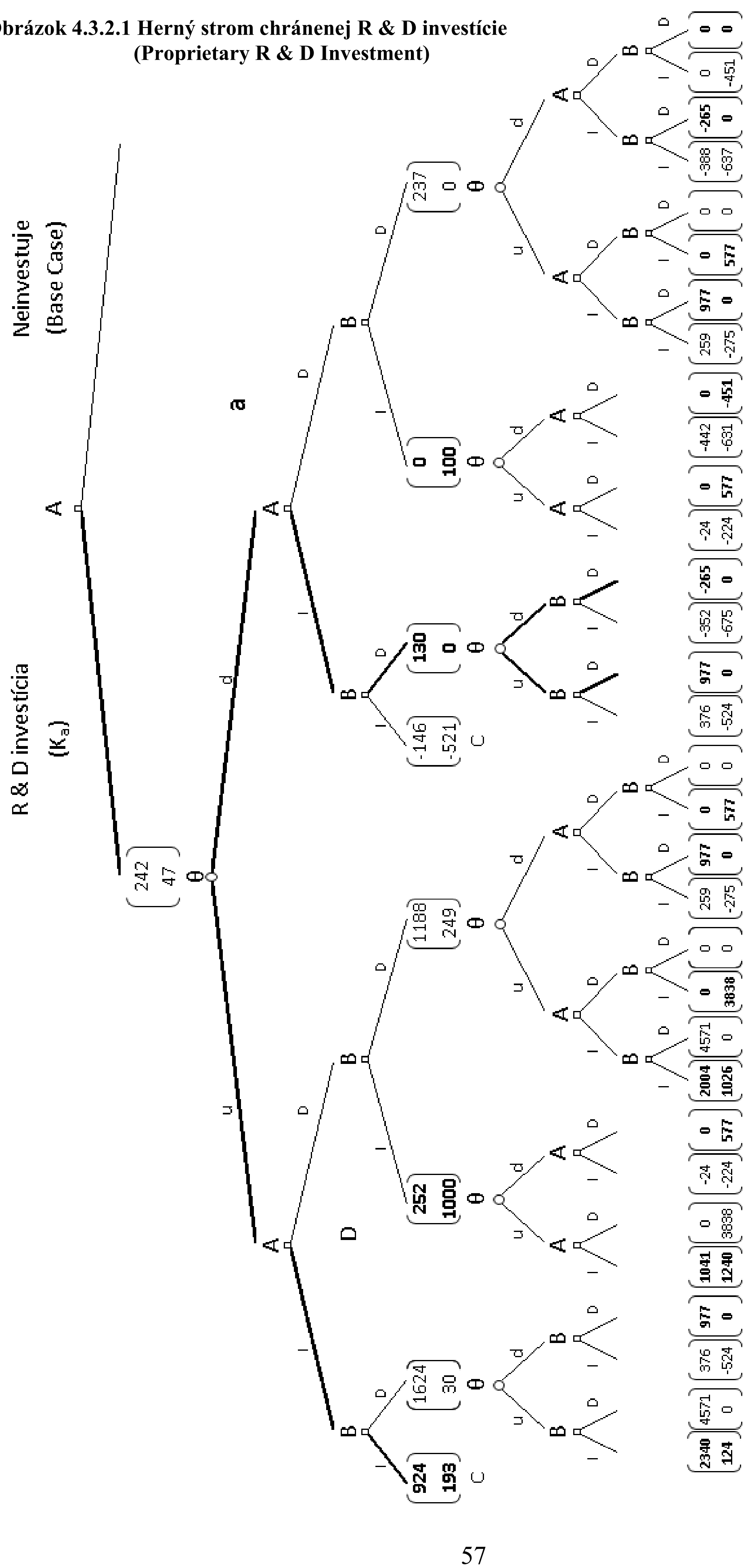
pre B, keďže neinvestovala do novej technológie, zostáva postup určenia celkovej hodnoty rovnaký ako v základnom type investičného projektu,

$$\mathrm{NPV}_{\mathrm{B}}^{*} = \frac{p \cdot NPV_u^* + (1-p) \cdot NPV_d^*}{1+r} = \frac{0{,}25 \cdot 193 + 0{,}75 \cdot 0}{1 + 0{,}04} = 47.$$

Z výsledkov je badať väčšiu diferenciu v celkovej hodnote projektu pre firmu A a B, čo je aj logické, pretože nižšie variabilné náklady $c_A = 12 < c_B = 16$ umožnili investovať firme A aj v prípade nepriaznivejšieho vývoja dopytu, kým B radšej využila opciu na odloženie zahájenia projektu. Paradoxne práve tým, že A nevyužila ani raz právo odložiť vstup do projektu (na ekvilibiovej ceste hry) a namiesto toho radšej okamžite nakúpila nové automobily a namontovala do nich novú technológiu, obsadila tým aj tržný podiel, ktorý v základnom type investičného projektu pôvodne zaujímala firma B.

$\mathrm{NPV}_\mathrm{A}^*$ v prípade patentovanej R & D investície, je síce kladná, ale o tom, či A aj využije opciu na zníženie variabilných nákladov sa rozhodne na základe porovnania $\mathrm{NPV}_\mathrm{A}^*$ dosiahnutého základnom type investície (obrázok 4.3.1.1) a $\mathrm{NPV}_\mathrm{A}^*$ generovaného patentovanou R & D investíciou (obrázok 4.3.2.1). V skutočnosti, tieto dva typy investičných zámerov tvoria jeden rozhodovací strom, ale pre ich rozsiahlosť ich bolo nutné umiestniť na dva samostatné listy. Ich vzájomným prepojením dostávame kompletný popis investičnej hry. Zostáva nám teda posledné rozhodnutie firmy A a síce max(200; 242), z čoho jednoznačne plynie, že A sa rozhodne implementovať novú technológiu a bude profitovať z nižších variabilných nákladov.

Obrázok 4.3.2.1 Herný strom chránenej R & D investície (Proprietary R & D Investment)



A alebo *B* (□) znázorňuje rozhodnutie investovať (I) alebo odložiť(D) firmy *A* alebo *B*. θ (o) reprezentuje úroveň dopytu, ktorý sa vyvíja podľa binomického procesu s indexom rastu *u* a poklesu *d*.

C: Cournotova-Nashova tržná štruktúra;

S: Stackelbergov líder (S_L) alebo Stackelbergov nasledovateľ (S_F);

A: Opustiť projekt (Abandon), ($NPV = 0$);

D.: Odložiť vstup do projektu (Defer) s ponechaním si práva flexibilne sa rozhodnúť v nasledovnom období.

4.3.3 Zdieľaná R & D investícia

V treťom investičnom zámere firma A rovnako zvažuje R & D investíciu, len s tým rozdielom, že kým ona plne hradí s tým spojené výdavky K_A, úžitok z efektívnejšej technológie nie je chránený licenciou, ale je voľne prístupný aj konkurenčnej firme B, čo má za následok symetrické zníženie nákladov ($c_A = c_B = 12$) v porovnaní so základným investičným zámerom bez R & D investície ($c_A = c_B = 16$).

Postup v ocenení je analogický ako v predchádzajúcom prípade, preto ho už nebudeme znova podrobnejšie popisovať a priblížime si až ocenenie počiatočného uzla,

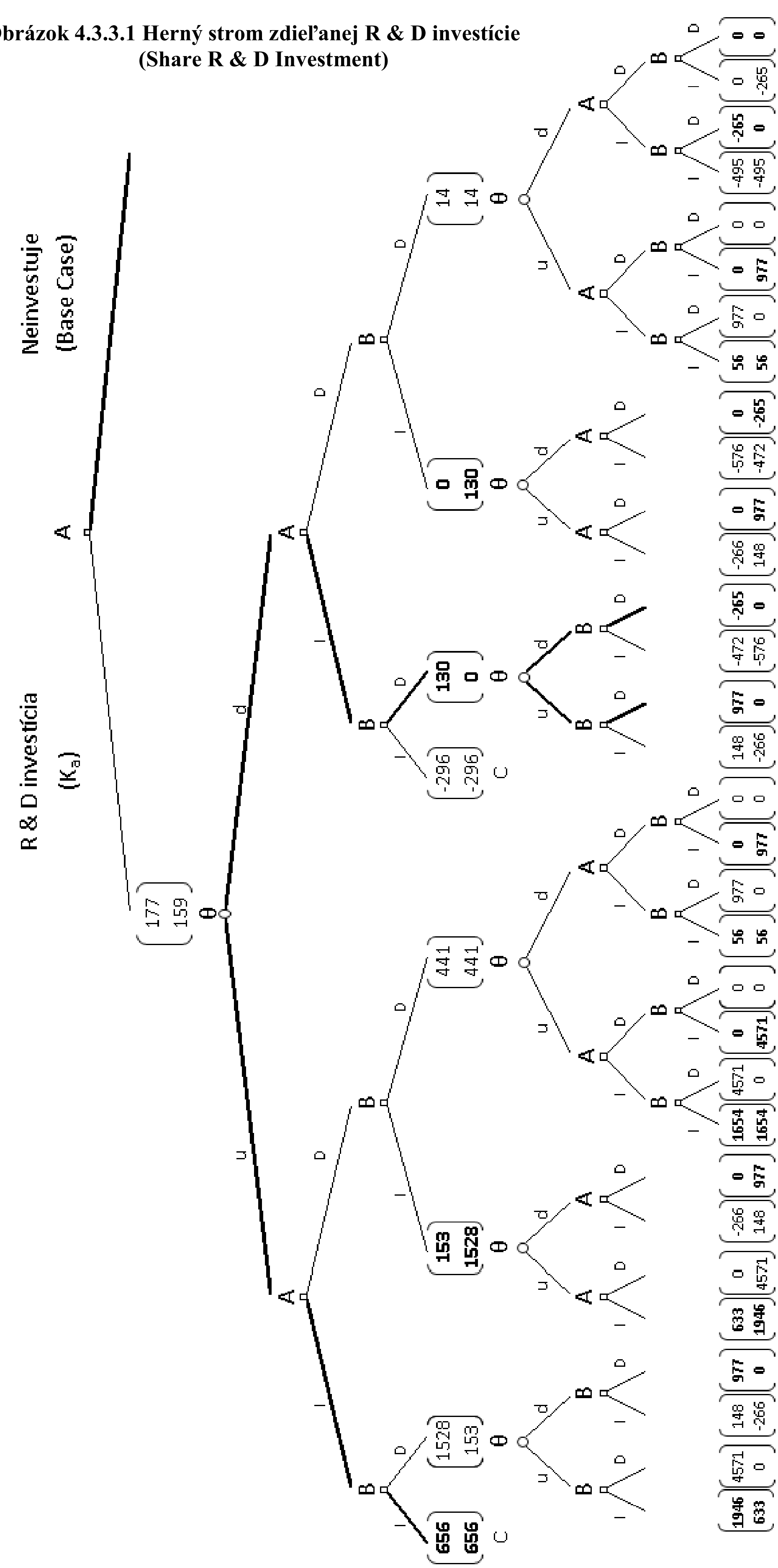
$$\mathrm{NPV}_\mathrm{A}^* = \frac{p \cdot NPV_u^* + (1-p) \cdot NPV_d^*}{1+r} - K_A = \frac{0{,}25 \cdot 656 + 0{,}75 \cdot 130}{1+0{,}04} - 75 = 177,$$

$$\mathrm{NPV}_\mathrm{B}^* = \frac{p \cdot NPV_u^* + (1-p) \cdot NPV_d^*}{1+r} = \frac{0{,}25 \cdot 656 + 0{,}75 \cdot 0}{1+0{,}04} = 159.$$

Aby sme zistili, či pre firmu *A* bude výhodné realizovať R & D investíciu alebo nie, opäť porovnáme čistú súčasnú hodnotu základného projektu s $\mathrm{NPV}_\mathrm{A}^*$ v prípade zdieľanej investície do novej technológie. Keďže realizácia základného investičného zámeru prinesie *A* vyššiu hodnotu, než implementácie nelicencovanej novej technológie (200 > 117), firma *A* bude realizovať iba základný tvar investičného projektu s jedinou opciu, a to na odloženie zahájenia projektu.

Naopak *B* by si výrazne polepšila oproti základnému tvaru investičného zámeru (159 > 100), čo je logické, pretože by bez dodatočných výdavkov profitovala z nižších variabilných nákladov. Avšak takýto investičný scenár sa neuskutoční a obe firmy sa stretnú vo vzájomnej interakcii pri variabilných nákladoch $c_A = c_B = 16$, čo predstavuje základnú koncepciu projektu popisovanú v úvode.

Obrázok 4.3.3.1 Herný strom zdieľanej R & D investície (Share R & D Investment)



A alebo *B* (□) znázorňuje rozhodnutie investovať (I) alebo odložiť(D) firmy *A* alebo *B*. θ (o) reprezentuje úroveň dopytu, ktorý sa vyvíja podľa binomického procesu s indexom rastu *u* a poklesu *d*.

C: Cournotova-Nashova tržná štruktúra;

S: Stackelbergov líder (S_L) alebo Stackelbergov nasledovateľ (S_F);

A: Opustiť projekt (Abandon), ($NPV = 0$);

D.: Odložiť vstup do projektu (Defer) s ponechaním si práva flexibilne sa rozhodnúť v nasledovnom období.

4.4 Citlivostná analýza a kritické zóny dopytu

V tejto časti si ukážeme, aký vplyv na investičné rozhodovanie a tým aj na celkovú hodnotu projektu má náhodný vývoj dopytu. Skôr než tak učiníme, pristúpme ešte k dekompozícii celkovej NPV_A^* na jej jednotlivé zložky, čo nám lepšie pomôže pochopiť jednotlivé súvislosti.

Ako bolo v časti 3.6.2 uvedené, NVP^* pozostáva z commitment value (pasívna hodnota, okamžite zahájiť projekt) a hodnoty opcie, čiže flexibility. Commitment value je tvorená priamym efektom (hodnotou) a hodnotou strategickej reakcie konkurenta (vzorec 3.6.2.2).

Z tabuľky 4.4.1 je patrné, že v prípade rastu dopytu $(u \cdot \theta_0 = 53{,}75)$ generuje základný typ projektu bez R & D investície firme A čistú súčasnú hodnotu vo výške 412 tis. €, pričom obe firmy zhodne odjazdia 12,58 tis. km. V prípade realizácie R & D investície do novej technológie získa navyše A aj sumu 375 tis. € ako benefit zo znížených variabilných nákladov (z 16 na 12 tis. € / tis. km) za predpokladu, že by firma B vôbec nezareagovala na R& D investíciu. Ak však zohľadníme aj reakciu konkurenta B, potom A získa 137 tis. €, ak si bude chrániť prínosy novej technológie, respektíve stratí 131 tis. €, ak ich bude zdieľať aj s firmou B. Tento negatívny strategický efekt pri zdieľanej R & D investícii je zrejmý, pretože firma A zdieľaním technológie vychádza v ústrety (Accommodating) firme B, kým tá volí protikladnú reakciu (Contrarian). V dôsledku toho firma A radšej využije opciu (zdieľanú R & D investíciu nezrealizuje) a zmení stratégiu zo zdieľanej na ofenzívnu (hurt competition). V takomto prípade bude realizovať patentovanú R & D investíciu, ktorá jej prinesie pozitívny strategický efekt a aj najvyšší objem odjazdených km (15,25 > 13,92 > 12,58 tis.), čo sa odrazí aj v najprizanivejšiej NPV_A^* (924 > 656 > 412 tis. €).

Tabuľka 4.4.1 Strategický reakčný efekt pri priaznivom vývoji dopytu ($u \cdot \theta_0 = 53,75$)

Typ investície	Variabilné náklady		Množstvo		Zisk
	c_A^*	c_B^*	Q_A^*	Q_B^*	π_A^*
Základný typ (bez R & D investície)	16	16	12,58	12,58	158
Patentovaná investícia R & D	12	16	15,25	11,25	233
Zdieľaná investícia R & D	12	12	13,92	13,92	194
	Priamy efekt	**Strategická reakcia**	**Commitment Value (priamy e. + strategická r.)**		NPV_A^*
Základný typ (bez R & D investície)	-	-	-		412
Patentovaná investícia R & D	375	137	512		924
Zdieľaná investícia R & D	375	-131	244		656

Teraz, keď už vieme, že pre firmu A bude najrentabilnejšie realizovať patentovaný typ R & D investície, priblížme si, ako sa vyvíja tento druh investičného zámeru v porovnaní so základným typom bez R & D investície pri rôznych úrovniach dopytu.

Ako vidíme z tabuľky 4.4.2 Base Case, firma A by v prvom roku využila opciu na odloženie zahájenia projektu až do úrovne θ_t= 43 tis. km, čím sa vyhne strate v porovnaní s prípadom, keby takéto právo nevlastnila (tržná štruktúra bez opcie).

Tabuľka 4.4.2 Základný typ projektu bez R & D investície

Dopyt θ_t	Tržná štruktúra (bez opcie)	Množstvo		Zisk π_A^*	NPV_A^*	Tržná štruktúra (s opciou)	Hodnota flexibility	NPV_A^*
		Q_A^*	Q_B^*					
22,02	Nash	2,01	2,01	4	-652	Defer	652	0
27,52	Nash	3,84	3,84	15	-578	Defer	578	0
34,40	Nash	6,13	6,13	38	-421	Defer	421	0
43,00	Nash	9,00	9,00	81	-121	Defer	121	0
53,75	Nash	12,58	12,58	158	412	Nash	0	412

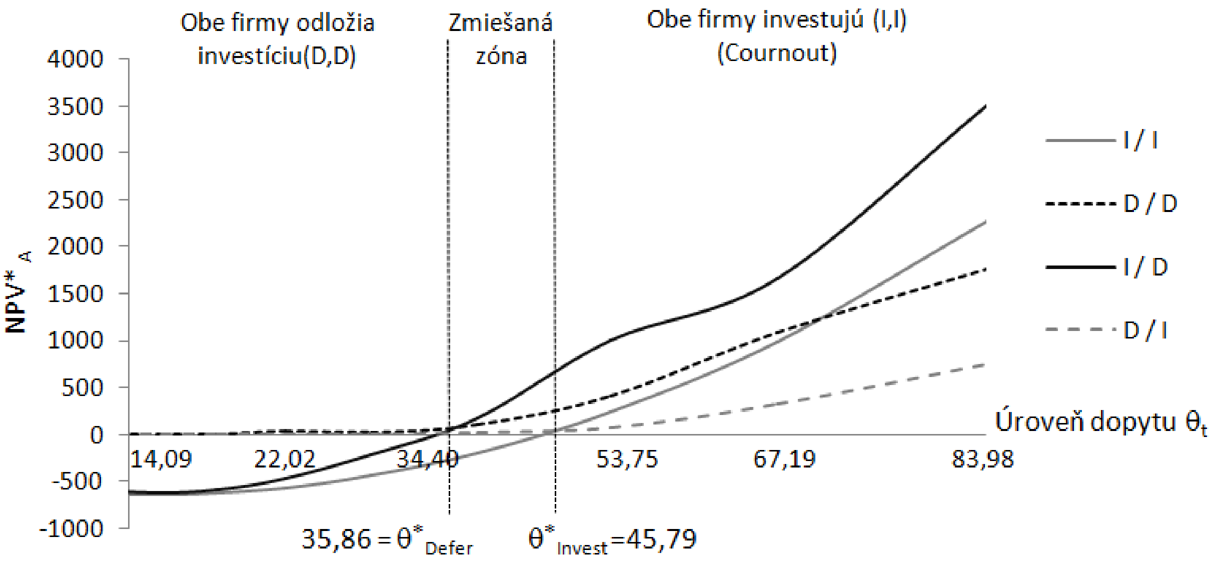
Naproti tomu pri realizácií R & D investície (tabuľka 4.4.3) firma A v prvom roku odkladá investíciu do projektu iba v prvých dvoch úrovniach dopytu, t.j. ak θ_t< 34,40 tis. km. Pri vyššom dopyte firma A už realizuje projekt, ale v porovnaní so základným tvarom sa mení tržná štruktúra z Nashovej pri Base Case na Monopolistickú štruktúru alebo Stackelbergovho nasledovateľa, ak A realizuje patentovanú R & D investíciu. Táto zmena je vyvolaná asymetrickými variabilnými nákladmi (c_A= 12 < c_B= 16 tis. € / tis. km), čo A umožňuje investovať už pri nižšom dopyte. Až pri úrovni θ_t= 53,75 tis. km je dopyt dostatočný na to, aby na trhu pôsobili obe firmy a utvorila sa nesymetrická Nashova rovnáha. Tento fakt je badať aj z hodnoty zabránenia vstupu konkurencie na trh (preemption value), ktorá pri θ_t= 34,40 a 43,00 tis. km, teda pri monopolnom postavení firmy A narastá až klesne úplne na nulu v momente vstupu konkurencie (θ_t= 53,75 tis. km). Rovnaký trend je viditeľný aj pri vývoji odjazdených kilometrov (Q_A^*).

Tabuľka4.4.3 Patentovaný profit R & D investície

Dopyt θ_t	Tržná štruktúra (s opciou)	Množstvo Q_A^*	Zisk π_A^*	Priamy efekt	Strategická hodnota		Commitment Value	Strata flexibility	NPV_A^*
					Reaction	Preemption			
22,02	Defer	0,00	0	83	40	529	652	-652	0
27,52	Defer	0,00	60	134	57	433	623	-578	45
34,40	M / S	11,20	125	197	78	276	551	-421	130
43,00	M / S	15,50	240	276	104	621	1001	-121	880
53,75	Nash	15,25	233	375	137	0	512	0	924

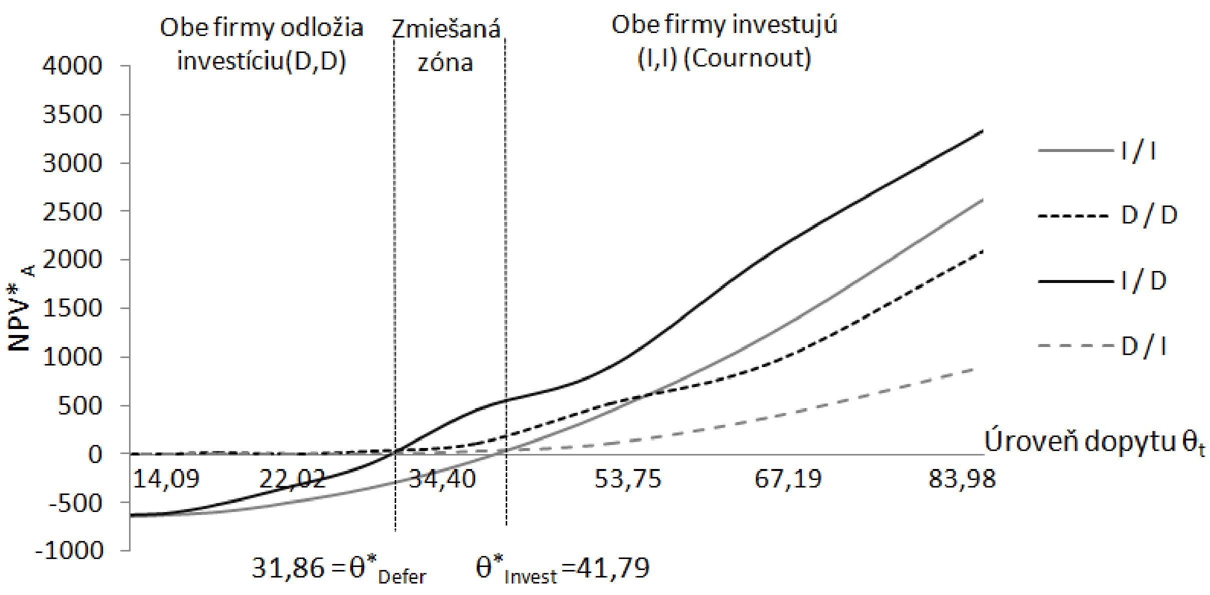
Zhrňme doteraz popísané skutočnosti a pokúsme sa ich graficky interpretovať. Graf 4.4.1 znázorňuje vývoj NPV_A^* základného typu investičného zámeru v prvom roku ($t = 1$) v závislosti od úrovne dopytu, pričom je kritickými hodnotami θ^*_{Defer} = 35,86 tis. km a θ^*_{Invest} = 45,79 tis. km rozdelený do troch zón. Bod θ^*_{Invest} získame ako priesečník kriviek strategických profilov I,I a D,I, z čoho je zrejmé, že firma B má dominantnú stratégiu investovať a firma A sa rozhoduje medzi investovať alebo odložiť. Bodom θ^*_{Invest} sa však situácia mení a aj A vyberá investovať ako dominantnú stratégiu, čo vyústi do Cournotovej-Nashovej rovnováhy, pri ktorej investujú obe firmy súčasne. Bod θ^*_{Defer} identifikujeme ako priesečník kriviek D,D a I,D. V tomto prípade má B dominantnú stratégiu odložiť zahájenie projektu a A sa opäť rozhoduje, či vynaloží vstupnú investíciu do projektu alebo projekt odloží. V momente, kedy čistá súčasná hodnota projektu bude kladná (NPV_A^* > 0), sa firma A rozhodne investovať, čím vzniká priesečník kriviek D,D a I,D a teda aj bod θ^*_{Defer}. V intervale (0; θ^*_{Defer}) sa pohybujeme po krivke D,D, t.j. obe firmy zhodne využívajú opciu na odloženie zahájenia projektu. Zmiešaná zóna (θ^*_{Defer}; θ^*_{Invest}) je ťažko predpovedateľná, nakoľko v nej obe firmy volia iba zmiešané profily stratégií. Môžeme však tvrdiť, že v prípade investovania do projektu iba jednou z firiem získa Stackelbergov líder vyššiu výplatu, než keby obaja projekt odložili (I,D > D,D). Ak by však chcela investíciou zareagovať aj konkurenčná firma, znamenalo by to pre oboch horšiu pozíciu, než keby obaja investíciu nerealizovali (I,I < D,D). V intervale (θ^*_{Invest}; ∞) je úroveň dopytu natoľko dostatočná, aby obe firmy zaznamenali kladnú čistú súčasnú hodnotu z realizovaného projektu, následkom čoho budú mať dominantnú stratégiu investovať.

Graf 4.4.1 Citlivostná analýza – Základný prípad (bez R & D investície)



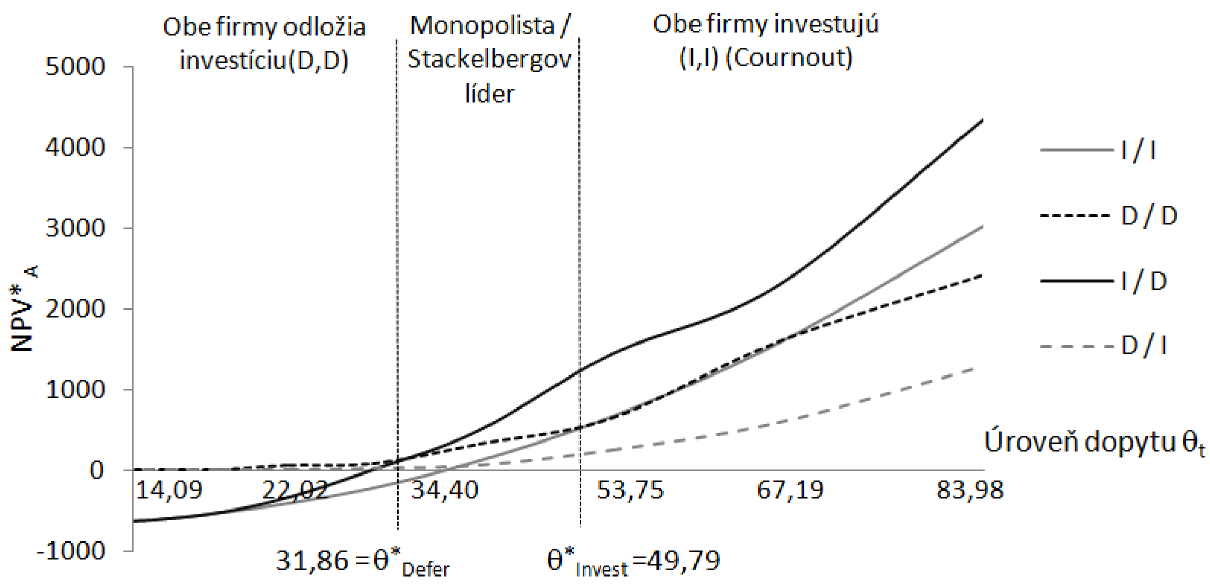
Pre prípad zdieľanej R & D investície odvodíme kritické hodnoty dopytu θ^*_{Defer} a θ^*_{Invest} obdobným spôsobom. Ako možno z grafu 4.4.2 pozorovať, symetricky znížené variabilné náklady nám posunuli obe úrovne smerom k počiatku oproti základnému typu projektu (θ^*_{Defer} = 31,86 < 35,86, respektíve θ^*_{Invest} = 41,79 < 45,79). To znamená, že efektívnejšia technológia umožňuje investovať už pri nižšej úrovni dopytu (θ^*_{Defer} = 31,86 tis. km). Obdobne, už od úrovne θ^*_{Invest} = 41,79 tis. km majú obe firmy dominantnú stratégiu realizovať projekt. V intervale (31,86; 41,79 tis. km) dosahujú firmy ekvilibrium v zmiešaných statégiach, pričom pre obe je optimálne, ak investuje iba jedna z nich.

Graf 4.4.2 Citlivostná analýza – Zdieľaná investícia



Posledný prípad patentovanej R & D investície je mierne diferencovaný od predošlých dvoch. Zmiešaná zóna je v tomto prípade premenovaná na tržnú štruktúru monopolistu alebo Stackelbergovho lídra, ktorý profituje z asymetrického zníženia variabilných nákladov (c_A= 12 < c_B= 16 tis. € / tis. km) a volí rýdze stratégie. Bod $\theta^*{}_{Defer}$ je dopočítaný podľa vzťahu 3.6.16. Z úrovní kritických hodnôt dopytu $\theta^*{}_{Defer}$ = 31,86 tis. km a $\theta^*{}_{Invest}$ = 49,79 tis. km, môžeme usudzovať, že efektívnejšia technológia dovolí firme *A* nakúpiť automobily pri nižšej úrovni dopytu (31,86 < 35,86 tis. km) a asymetria v nákladoch zónu monopolistu alebo Stackelbergovho lídra roztiahla až na úroveň $\theta^*{}_{Invest}$ = 49,79 tis. km, čo je najvyššia hodnota spomedzi všetkých troch typov investičných zámerov (41,79 < 45,79 < 49,79 tis. km).

Graf 4.4.3 Citlivostná analýza – Patentovaná investícia



Na záver ešte zhrňme dosiahnuté výsledky v tabuľke 4.4.4 a vyslovme investičné doporučenie pre projektového manažéra. Pre firmu B by bolo na základe kritéria čistej súčasnej hodnoty najrentabilnejšie prijať zdieľaný typ R & D investície, avšak vzhľadom na to, že B v skutočnosti žiadnu R & D sama nerealizuje, ale len sa podieľa na jej prínosoch a to ešte na úkor A, je zrejmé, že táto investičná varianta sa určite neuskutoční, pretože pre firmu A predstavuje zdieľaná R & D investícia najnepriaznivejšiu investičnú alternatívu.

Namiesto toho firme A odporučíme realizovať projekt s patentovanou R & D investíciou, nakoľko jej prinesie najvyššiu čistú súčasnú hodnotu projektu spomedzi všetkých investičných alternatív (NPV_A^* =242 tis. € > 200 > 177) . Firma B pri patentovanej R & D investícii realizovanej spoločnosťou A získa zase najnižšiu výplatu ($NPV_B^* = 47$ tis. €), čo je však logické nakoľko sú obe firmy konkurentmi.

Tabuľka 4.4.4 Prehľad vypočítaných výsledkov

Investičný zámer	NPV_A^*	NPV_B^*
Základný typ projektu bez R & D investície	200 tis. €	100 tis. €
Patentovaná investícia R & D	242 tis. €	47 tis. €
Zdieľaná investícia R & D	177 tis. €	159 tis. €

5 Záver

Cieľom diplomovej práce bolo pomocou teórie hier zachytiť a popísať vzájomné rozhodovanie sa ekonomických subjektov v oblasti reálnych investičných zámerov a oceniť tieto projekty opčnou metodikou. Náš zámer sme sa snažili naplniť v troch častiach.

Úvod prvej časti bol venovaný objasneniu základných pojmov, za ktorými nasledovalo rozčlenenie hier podľa šiestich kritérií. Následne sme definovali hru v strategickom tvare a priniesli algoritmy hľadania rovnovážnych stratégií v tomto type hry. Konkrétne sme sa zamerali na metódu iteratívnej eliminácie dominovaných stratégií a Nashove ekvilibrium, pričom metodika bola aplikovaná aj na krátkom príklade. Ďalej sme popisovali herný strom ako zápis hry v extenzívnom tvare, priniesli porovnanie strategickej a extenzívnej formy hry a nakoniec bol objasnený princíp dynamického programovania a koncepcia dokonalého ekvilibria vzhľadom na podhry ako algoritmu hľadania rovnováhy v nekooperatívnych sekvenčných hrách.

V druhej časti bola popísaná metodika oceňovania reálnych opcií so zameraním na diskrétny binomický model a replikačnú stratégiu. Nasledoval popis jednotlivých typov reálnych opcií, na ktorý nadviazal Cornotov a Stackelbergov model duopolu. Priblížili sme si rozhodovanie pomocou reakčných kriviek, na základe ktorých boli odvodené potrebné rovnovážne vzťahy a postup pre ocenenie reálneho investičného projektu v kombinácii s teóriou hier. Na záver tejto kapitoly bol analyzovaný priamy a strategický efekt z investičného projektu.

Posledná časť patrila aplikácii opčného ocenenia troch typov investičných zámerov založených na teórii hier. Postupne boli ohodnotené výplaty prislúchajúce jednotlivým hráčom, identifikované dokonalé ekvilibriá vzhľadom na podhry a v závere určená výsledná hodnota projektu. Na koniec sme previedli analýzu citlivosti NPV^* v závislosti od vývoja dopytu spolu s identifikáciou čiastkových faktorov determinujúcich celkovú hodnotu projektu.

Z výsledkov ocenenia je možno badať, že bez ohľadu na typ investičného zámeru, opcia na odloženie zahájenia projektu ochraňuje majiteľa tohto práva najmä pri nízkych počiatočných úrovniach dopytu a to tak, že spôsobuje zmenu tržnej štruktúry z Nashovej rovnováhy, pri ktorej okamžite vstupujú do realizácie projektu obidve firmy na Defer, kedy naopak majú obe firmy dominantnú stratégiu vstup do projektu odložiť na priaznivejší vývoj dopytu a tým si zabezpečiť aj kladnú čistú súčasnú hodnotu projektu.

Pri porovnaní základného investičného zámeru, patentovanej a zdieľanej R & D investície je dobré si uvedomiť, v akom konkurenčnom prostredí sa investujúce firmy nachádzajú. Ak svoje investičné stratégie volia na základe reakčných kriviek, ktoré sú negatívne sklonené, potom je zrejmé, že akékoľvek zvýšenie objemu produkcie jednej firmy je na úkor druhej. Táto skutočnosť je kľúčová pri výbere medzi patentovanou a zdieľanou investíciou. Ak sa firma rozhodne implementovať novú technológiou s následnou úsporou variabilných nákladov, je pre ňu rozhodujúce si tento benefit chrániť licenciou, pretože iba tak môže dôjsť k zvýšeniu produkovaného objemu inovátorskou firmou na úkor konkurencie využívajúcej pôvodný technologický postup. Upevnenie si tržnej pozície pramení z nižších nákladov, ktoré umožnia vstup na trh aj pri nižších úrovniach dopytu a nesie v sebe dodatočnú hodnotu pre Stackelbergovho lídra vo forme zabránenia vstupu konkurencie na trh (preemption value), ktorá následne generuje aj pozitívny strategický reakčný efekt vo forme eliminácie produkcie konkurenta.

Ak by sme však investovali do zdieľanej R & D investície, potom musíme sami uhradiť kapitálové výdavky na zavedenie novej technológie K, avšak prínosy vo forme nižších nákladov by zdieľali obe spoločnosti, čo pre inovátorskú firmu vytvára negatívny strategický efekt generujúci nižšiu súčasnú hodnotu projektu ako v prípade nerealizácie žiadnej R & D investície (Base Case).

Z uvedených skutočností plynie, že v prípade konkurencie založenej na objeme produkcie bude firma vyberať medzi projektmi Base Case alebo patentovanou investíciou a to podľa vývoja dopytu počas životnosti projektu.

Takýto herný model pripúšťajúci flexibilné zásahy v podobe reálnych opcií môže poslúžiť na uvedomenie si kľúčových faktorov determinujúcich rôzne tržné štruktúry a tým aj naše postavenie na trhu. Firmy sa v ňom nerozhodujú izolovane iba zohľadnením čistej súčasnej hodnoty vlastného projektu, ale vo vzájomnej interakcii, ktorá nastáva po uvedení investičného zámeru na trh.

Zoznam použitej literatúry

HOLLER, M. J., ILLING, G. *Einführung in die Spieltheorie.* 3. prepracované a rozšírené vydanie. Berlín: Springer Verlag, 1996. 389 s. ISBN 3-540-61017-0.

MAŇAS, M. *Teorie her a její ekonomické aplikace.* 2. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1988. 148s.

SCHOLLEOVÁ, H. *Hodnota flexibility: reálné opce.* 1. vyd. Praha: C. H. Beck, 2007. 171s. ISBN 978-80-7179-735-7.

SCHWARTZ, S., TRIGEORGIS, L. *Real Options and Investment under Uncertainty.* 1. vyd. Cambridge: The MIT Press, 2001. 871s. ISBN 0-262-19446-5.

SMIT, H. T. J., TRIGEORGIS, L. *Strategic Investment: Real Options and Games.* 1. vyd. Princeton: Princeton University Press, 2004. 471s. ISBN 0-691-01039-0.

ZMEŠKAL, Z. a kol. *Finanční modely.* 2. vyd. Praha: Ekopress, 2004. 236 s. ISBN 80-86119-87-4.

Zoznam skratiek

$\alpha_i^*(K_A)$ - optimálna reakcia firmy i na kapitálovú investíciu K_A

A - opustiť projekt

B - bezrizikové aktívum

C - Cournotova-Nashova tržná štruktúra

c - opčná prémia

c_i - variabilné náklady firmy i

d - index poklesu

D - stratégia odložiť zahájenie projektu

Γ - hra v strategickom tvare

Γ' - asociovaná hra

Γ_X - podhra začínajúca v uzle X

I - stratégia investovať

k - náklady kapitálu

K_i - kapitálová investícia do novej technológie

M - monopolná tržná štruktúra

M_i - výplatná funkcia i-teho hráča

N - počet hráčov

NPV - čistá súčasná hodnota projektu

θ - náhodný parameter dopytu

π - zisk

p - rizikovo neutrálna pravdepodobnosť

r - bezriziková sadzba

S - cena podkladového aktíva

S_F - Stackelbergov nasledovateľ

S_L - Stackelbergov líder

u - index rastu

VH - vnútorná hodnota opcie

$\tilde{z}$ - náhodná premenná

X - realizačná cena

x_i - čistá stratégia i-teho hráča

X_i - množina všetkých stratégií(strategický priestor) i-teho hráča

Prohlášení o využití výsledků diplomové (bakalářské) práce

Prohlašuji, že

- jsem byl(a) seznámen(a) s tím, že na mou diplomovou (bakalářskou) práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. – autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských
  a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo;
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen VŠB-TUO) má právo nevýdělečně, ke své vnitřní potřebě, diplomovou (bakalářskou) práci užít (§ 35 odst. 3);
- souhlasím s tím, že diplomová (bakalářská) práce bude v elektronické podobě archivována v Ústřední knihovně VŠB-TUO a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové (bakalářské) práce. Souhlasím s tím, že bibliografické údaje o diplomové (bakalářské) práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO;
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- bylo sjednáno, že užít své dílo, diplomovou (bakalářskou) práci, nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).

V Ostravě dne 30. 04. 2010

……………………………….
jméno a příjmení studenta

Adresa trvalého pobytu studenta:

Rosinská 8542/32A, 010 08 Žilina, SR

Resumé

Diplomová práca je zameraná na investičné rozhodovanie v koncepcii teórie hier ocenené metodikou reálnych opcií. V úvodnej časti je popísaná problematika teórie hier spolu s rozdelením hier a algoritmami hľadania rovnovážnych stratégií. Druhá časť je venovaná reálnym opciám ako flexibilnému nástroju riadenia a oceňovania investičných zámerov. Je v nej priblížený diskrétny binomický model ocenenia pomocou replikačnej stratégie spolu s jednotlivými typmi reálnych opcií. Ďalej je venovaný priestor Cournotovmu a Stackelbergovmu modelu duopolu s odvodením rovnovážnych stratégií na základe reakčných kriviek. V záverečnej časti prostredníctvom teórie hier popisujeme determináciu rovnovážnych stratégií v prípade reálneho investičného zámeru s flexibilnými zásahmi a následne ho oceňujeme pomocou reálnych opcií. Prevádzame citlivostnú analýzu a dekompozíciu čiastkových efektov určujúcich výslednú hodnotu základného typu projektu, patentovanej a zdieľanej investície do novej technológie.

Resumé

This thesis focuses on investment decisionmaking in a game theory conception. Game theory problems, together with division of games and algorithms that seeks the equilibrium of strategies are described in the introductory part of this work. The second part is devoted to the real option as a flexible tool of controlling and valuation of investments. The thesis also covers discrete binomial model of valuation by replication strategy together with particular types of real options. Another part is devoted to Cournot's and Stackelberg's doupol model, from which equilibrium strategies, based on reaction curves, are derived. In the conclusion, we describe, through the game theories, determination of equilibrium strategies in the case of real investment with flexible inteference and consecutively we evaluate by real options. The thesis also performs the sensitivity analysis and decomposition of partial effects, which determine the value of base case of the project, proprietary and share investment into the new technology.